UNCUYO UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO		SEGUNDO PARCIAL- RESOLUCIÓN				FCEN FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES Naturaleza - Ciencia - Humanismo	
ASIGNATURA	Cálculo I	**AÑO**	2018	**TEMA**	**2**	**Nº HOJAS**	
APELLIDO Y NOMBRE						**LEGAJO**	

Instrucciones: coloque nombre y apellido **en cada hoja** que va a entregar. Lea atentamente cada consigna. Desarrolle detalladamente y con letra clara los ejercicios para obtener el puntaje completo. Puede usar lápiz o tinta para desarrollar los ejercicios, pero el **resultado final debe estar en tinta**. No se permite corrector, tache si es necesario. Cuando finalice, indique el número de hojas empleadas en el encabezado. Debe obtener un **mínimo de 60 puntos para aprobar** el examen. Dispone de **2 horas** para su resolución. ÉXITO!

1. Indique Verdadero (V) o Falso (F) según corresponda. **Justifique las respuestas falsas mediante contraejemplo o respuesta correcta**. Se considera el puntaje sólo si la respuesta está debidamente justificada. **(2p c/u, Total 12p)**

Enunciado	V	F
Un punto crítico de una función f es un número $x = c$ en el dominio de f tal que $f'(c) = 0$. **Falta condición de que f' no existe**		X
Si $f'(x) = 0$ y $f'''(x) < 0$ en $x = 4$ se puede asegurar que f tiene un máximo en $x = 4$. **El criterio de la f''' no dice nada acerca de máximo o mínimo. Debe cumplirse que $f''(4) < 0$ para que haya un máximo.**		X
Si f es continua en $[-1,1]$ y derivable en $(-1,1)$ y $f(-1) = 0$ y $f(1) = 1$ entonces existe al menos un valor c en $(-1,1)$ para el cual $f'(c) = 2$. **Por Teorema de Lagrange se cumple que existe al menos un c en $(-1, 1)$ para el cual $f'(c) = 1/2$**		X
Un punto de inflexión P es un punto en el cual $f'(x) > 0$ hacia la derecha del mismo y $f'(x) < 0$ hacia la izquierda o viceversa. **En un punto de inflexión existe recta tangente ($f'(x) = 0$) y se cumple que $f''(x) > 0$ hacia la derecha y $f''(x) < 0$ hacia la izquierda o viceversa (cambio de concavidad).**		X
Suponiendo que f'' es continua en un intervalo que contenga a $x = c$, si $f'(c) = 0$ y $f''(c) > 0$ entonces existe un mínimo en $x = c$.	X	
Sea $y = f(x)$ dos veces derivable en el intervalo I, si $f'' > 0, \forall x$ en I entonces la gráfica de f es cóncava hacia arriba sobre I.	X	

2. Dada $f(x) = \frac{x^2+4}{2x}$ determine: **(Total 35p)**

   a. Dominio e Imagen (*sugerencia*: determinar Imagen después de graficar). **(5p)**
   b. Asíntotas (analice cada caso empleando los conceptos de límite para justificar la existencia o no de c/u) **(6p)**
   c. Puntos críticos e intervalos de crecimiento y decrecimiento. **(6p)**
   d. Extremos relativos y absolutos. **(6p)**
   e. Intervalos de concavidad y puntos de inflexión. **(6p)**
   f. Emplee la información de los incisos a) al e) para bosquejar la gráfica de f. Indique en el gráfico cada punto de interés (asíntotas, máximos y mínimos, puntos de inflexión si los hay, etc.) **(6p)**

   Nota: si sólo se bosqueja la gráfica sin el análisis previo se considerará 0p

	SEGUNDO PARCIAL- RESOLUCIÓN						
ASIGNATURA	Cálculo I	**AÑO**	2018	**TEMA**	**2**	**Nº HOJAS**	
APELLIDO Y NOMBRE						**LEGAJO**	

② $f(x) = \dfrac{x^2+4}{2x}$

a. Dominio: $\mathbb{R} - \{0\}$ ó $(-\infty,0) \cup (0,\infty)$ 2,5p

Imagen: $(-\infty; -2] \cup [2, \infty)$ 2,5p

b. Asíntotas:

Asíntota vertical: $\lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{x^2+4}{2x} \begin{matrix}(+)\\(-)\end{matrix} = -\infty$; $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{x^2+4}{2x} \begin{matrix}(+)\\(+)\end{matrix} = +\infty$ 2p

Existe asíntota vertical en $x=0$

Asíntota horizontal: no tiene dado que el grado del polinomio del numerador es mayor en una unidad al grado del polinomio del denominador. 2p

Asíntota oblicua: $x^2+0x+4 \;\lfloor 2x$; $-x^2$; $\frac{1}{2}x$; 4 $\quad \boxed{y = \frac{1}{2}x}$ A.O. 2p

c. Puntos críticos e intervalos de crecimiento

$f(x) = \dfrac{x^2+4}{2x}$

$f'(x) = \dfrac{2x(2x) - (x^2+4).2}{(2x)^2} = \dfrac{4x^2 - 2x^2 - 8}{4x^2} = \dfrac{2x^2-8}{4x^2} = \dfrac{\cancel{2}(x^2-4)}{_2\cancel{4}x^2} = \dfrac{x^2-4}{2x^2}$

$f'(x) = 0 = (x^2-4) \longrightarrow \boxed{\begin{matrix} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{matrix}}$ $\quad f(2) = 2$, $f(-2) = -2$ Ptos críticos 2p

$2x^2 = 0$

$x = 0$ $f'(x)$ no está definida es A.V.

	$(-\infty,-2)$	$(-2,0)$	$(0,2)$	$(2,\infty)$
$f'(x)$	$f'(-3) = 5/18$	$f'(-1) = -3/2$	$f'(1) = -3/2$	$f'(3) = 5/18$
signo f'	+	−	−	+
Compor. f	Crece	Decrece	Decrece	Crece

∃ Máximo en $x=-2$ ∃ mínimo en $x=2$

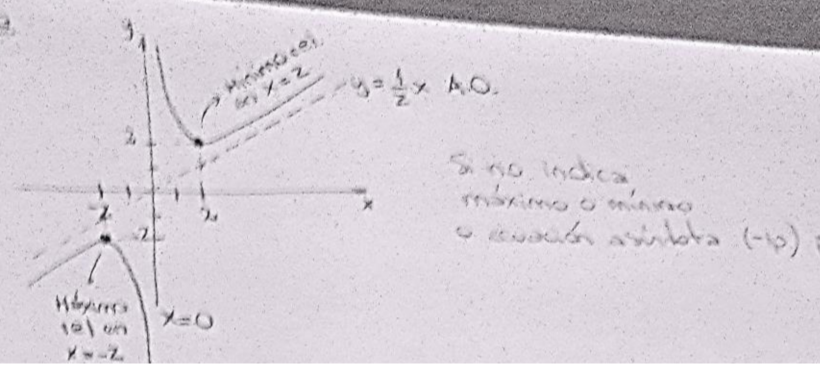
$f'(-3) = \dfrac{(-3)^2-4}{2(-3)^2} = \dfrac{5}{18}$

$f'(-1) = \dfrac{(-1)^2-4}{2(-1)^2} = \dfrac{-3}{2}$

$f'(1) = \dfrac{1^2-4}{2.1} = -3/2$

$f'(3) = \dfrac{3^2-4}{2.3^2} = 5/18$

f. Gráfica



Si no indica máximo o mínimo o ecuación asíntota (-1p) por c/u

ASIGNATURA	Cálculo I	AÑO	2018	TEMA	2	Nº HOJAS	
APELLIDO Y NOMBRE						LEGAJO	

3. Calcule la derivada de: $y = [cosec(x^2 - x)]^{\frac{1}{2x-1}}$ (exprese el resultado en función de x) **(20p)**

(3) $y = [cosec(x^2-x)]^{\frac{1}{2x-1}}$

$\ln y = \frac{1}{2x-1} \cdot \ln[cosec(x^2-x)]$ (5p)

$\frac{1}{y} \cdot y' = \frac{-2}{(2x-1)^2} \cdot \ln[cosec(x^2-x)] - \frac{1}{\cancel{2x-1}} \cdot \frac{1}{\cancel{cosec(x^2-x)}} \cdot \cancel{cosec(x^2-x)} \cdot cotg(x^2-x)\,\cancel{(2x-1)}$ (10p)

$y' = \left[\frac{-2\ln[cosec(x^2-x)]}{(2x-1)^2} - cotg(x^2-x)\right] \cdot [cosec(x^2-x)]^{1/2x-1}$ (5p)

CA.
$y = \frac{1}{x} = x^{-1}$
$y' = \frac{-1}{x^2}$

4. Dadas las curvas $x^2 + 2y^2 = 5$ y $y = 2x^2$, determine sus puntos de intersección y demuestre si son ortogonales en alguno de ellos. **(13p)**

(4) $x^2 + 2y^2 = 5$; $y = 2x^2 \rightarrow \frac{y}{2} = x^2$ (1)

$x^2 = 5 - 2y^2$ (2)

Igualo (1) y (2) $\quad \frac{y}{2} = 5 - y^2$

$0 = 10 - 2y^2 - y$

$y_{1,2} = \frac{+1 \pm \sqrt{1 - 4(-2)10}}{-4} = \frac{+1 \pm 9}{-4}$ ↗ $y_1 = -5/2$ ↘ $y_2 = 2$

Despejo x: $\frac{2}{2} = x^2 \Rightarrow x_1 = -1,\; x_2 = 1$

Puntos de intersección: $(-1,2) \wedge (1,2)$ (3p)

$x^2 + 2y^2 = 5$
$2x + 4y\,y' = 0$
$y' = \frac{-2x}{4y} = \frac{-x}{2y}$ (2,5p)

$y = 2x^2$
$y' = 4x$ (2,5p)

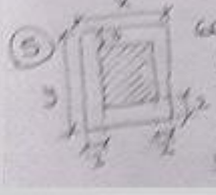
$y'_{(-1,2)} = \frac{-(-1)}{4} = 1/4 \qquad y'_{(-1,2)} = 4.(-1) = -4$

$y'_{(1,2)} = \frac{-1}{2 \cdot 2} = -1/4 \qquad y'_{(1,2)} = 4.1 = 4$ (2,5p)

Las curvas son ortogonales en $(-1,2) \wedge$ en $(1,2)$ (2,5p)

Planteo (4p)

5. Las páginas de un libro deben medir cada una 600 cm² de área. Sus márgenes laterales y el margen inferior miden 2 cm y el superior mide 3 cm. Calcular las dimensiones de la página que permitan obtener la mayor área impresa posible. (Verifique utilizando el criterio correspondiente) **(10p)**

(5) 

$600 = x \cdot y$ (1) $\longrightarrow y = 600/x$

Área impresa $= (x-4)(y-5)$ (2) ← Ec a optimizar!

Verificación (1p)

$\frac{d^2A}{dx^2} = -\frac{4800}{x^3}$ $\quad f''(x) < 0 \rightarrow \exists$ máximo

En (2): $A = \left(\frac{600}{x} - 5\right)(x-4)$

$A = 600 - \frac{2400}{x} - 5x + 20$

$\frac{dA}{dx} = \frac{2400}{x^2} - 5 = 0$ (3p)

$x = 4\sqrt{30}$

$\boxed{y \cong 27{,}4\,cm}$ (1) $\quad \boxed{x \cong 21{,}9\,cm}$ (1)

UNCUYO UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

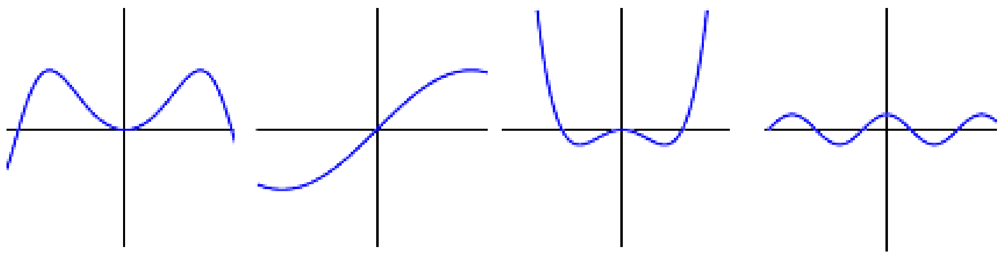
SEGUNDO PARCIAL- RESOLUCIÓN

FCEN FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
Naturaleza - Ciencia - Humanismo

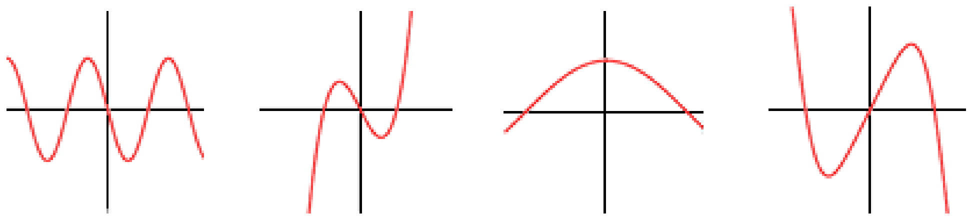
ASIGNATURA	Cálculo I	AÑO	2018	TEMA	2	Nº HOJAS	
APELLIDO Y NOMBRE						LEGAJO	

6. Relacione las funciones representadas en 1), 2), 3) y 4) con sus respectivas derivadas en A), B), C) y D). **(10p)**

Función	1	2	3	4
Derivada	**D**	**C**	**B**	**A**



1) 2) 3) 4)



A) B) C) D)