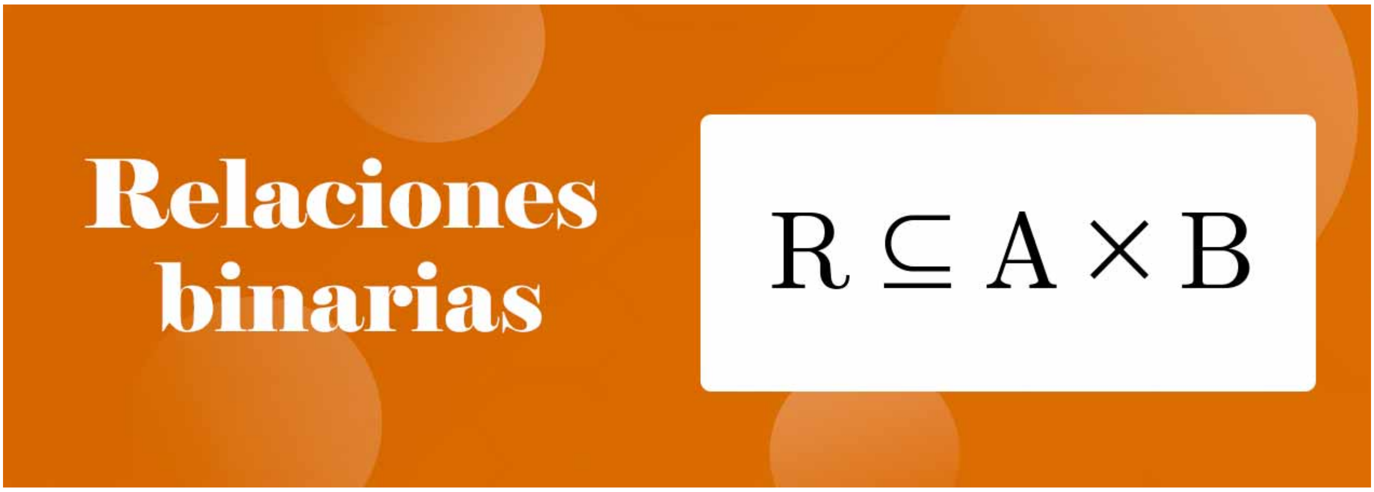


3. Relaciones Binarias

Por fin otra nueva sección, vengo a continuar con el capítulo de relaciones matemáticas para ustedes mis queridos amigos, hoy nos toca una sección un poco larga, en esta ocasiona desarrollaremos el tema de las **relaciones binarias**, tema que generalmente se estudia en un curso de matemáticas discretas.

Llamamos **relaciones** entre dos conjuntos porque existe una propiedad que las vincula, generalmente las relaciones son un conjunto de pares ordenados capaz de correlacionar algunos elementos entre dos conjuntos siendo este es el tema principal de la sección.

Las relaciones binarias dependen de los conceptos de **pares ordenados** y **producto cartesiano** anteriormente estudiados, pero aquí solo me limitaré a exponer sus definiciones como teorías preliminares y continuar con el tema principal del curso actual. Sin mas que decir, comencemos.

TABLA DE CONTENIDO

Conceptos previos

Definiremos a secas el par ordenado y el producto cartesiano ya estudiados en las secciones anteriores.

Definición de par ordenado

> *Sean dos objetos matemáticos a y b, se llama par ordenado al conjunto ordenado (a, b) en ese orden tal que:*
>
> $$(a, b) \neq (b, a)$$
>
> *Donde a se llama primera componente y b segunda componente.*

Definición de producto cartesiano

> *Sean dos conjuntos* A *y* B*, llamamos producto cartesiano* $\mathrm{A} \times \mathrm{B}$ *a todos los pares ordenados* (a, b) *donde* $a \in \mathrm{A}$ *y* $b \in \mathrm{B}$*, simbólicamente:*
>
> $$\mathrm{A} \times \mathrm{B} = \{(a, b) | a \in \mathrm{A} \wedge b \in \mathrm{B}\}$$
>
> *O su equivalente:*
>
> $$(a, b) \in \mathrm{A} \times \mathrm{B} \leftrightarrow a \in \mathrm{A} \wedge b \in \mathrm{B}$$

Ahora vayamos al tema principal de la sección que nos corresponde.

¿Que es una relación binaria?

Generalmente una relación binaria es un conjunto de pares ordenados donde los elementos de par dado se encuentran vinculados por alguna propiedad en particular definida (**vinculado por un axioma de comprensión**) con al menos alguna propiedad en particular pero esto lo veremos en una segunda definición.

Podemos notar una cosa interesante, para una relación binaria siempre, pero siempre existe un producto cartesiano que lo incluye.

> **Ojo**: El concepto de **relación binaria** en muchos obras matemáticas se estudia para un único conjunto y el concepto de **correspondencia y aplicaciones** se estudia para dos conjuntos distintos. En esta sección desarrollaremos el concepto de relaciones binarias para dos conjuntos distintos, pero sus propiedades serán estudiadas para un único conjunto, el resto de las propiedades para dos conjuntos diferentes lo desarrollaremos en la siguiente sección llamada **correspondencia**. Dicho esto, comencemos con la definición de relación binaria tal como lo hemos planteado.

Definición

> *Se llama **relación binaria** del conjunto* A *al conjunto* B *a todo subconjunto de* $\mathrm{A} \times \mathrm{B}$.

Si R es una relación binaria para dos conjuntos A y B, simbólicamente se representa así a secas:

$$\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A} \times \mathrm{B}$$

Pero seguro te preguntaras **¿que diferencia hay entre una relación binaria y un producto cartesiano si los dos están formados por pares ordenados?** Simple, una relación binaria no siempre se puede expresar como un producto cartesiano, no es mas que una colección de pares ordenados cualesquiera. Por ejemplo, sea la siguiente relación binaria:

$$\mathrm{R} = \{(1,2),(3,5),(6,4)\}$$

Este conjunto-relación no se puede expresar en términos de un producto cartesiano, es algo similar como los números primos y los números compuestos. Sabemos que los números primos no se pueden descomponer en otros números primos pero los compuestos si.

Si tomamos las primeras componentes de los pares ordenados de R como una colección de elementos de un conjunto E y las segundas componente como una colección del conjunto D, tenemos:

- $\mathrm{E} = \{1,3,6\}$
- $\mathrm{D} = \{2,5,4\}$

Si realizamos el producto cartesiano de estos conjuntos, notamos que $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{E} \times \mathrm{D}$ no siempre una relación es un producto cartesiano. La otra razón que lo diferencia de un producto cartesiano es que existe una propiedad que verifica a una relación binaria. Veamos este punto en la siguiente definición:

Definición según el axioma de comprensión

> *Llamamos una relación binaria de dos conjuntos* A *y* B *a los conjuntos de pares ordenados* (x, y) *que cumplen una propiedad* $\mathrm{P}(x, y)$ *donde* $x \in \mathrm{A}$ *y* $y \in \mathrm{B}$. *Simbólicamente se expresa así:*
>
> $$\mathrm{R} = \{(x, y) \in \mathrm{A} \times \mathrm{B} | \mathrm{P}(x, y)\}$$
>
> *Entonces, una relación binaria es un conjunto de pares ordenados pertenecientes al producto cartesiano de dos conjuntos que cumple una propiedad en particular.*

Me explico:

En la sección de conjuntos realizo una simple mencion un poco técnica e introductoria sobre el axioma de comprensión, pero prefiero explicártelo de una manera muy sencilla porque no quiero que pierdas la cabeza con cosas técnicas.

Pero para resumir, este axioma nos dice que si algunos elementos de un conjunto A cumplen una propiedad P en particular, es obvio que ese grupo de conjuntos que cumplen tal propiedad es subconjunto (pequeño grupo de elementos) del conjunto A.

Aplicando el axioma a la definición de relación binaria, cumple la misma función, si algunos pares ordenados de $\mathrm{A} \times \mathrm{B}$ cumplen una propiedad $\mathrm{P}(x, y)$, es obvio que esos conjuntos de pares ordenados que cumplen dicha propiedad son subconjuntos de $\mathrm{A} \times \mathrm{B}$.

Ejemplos

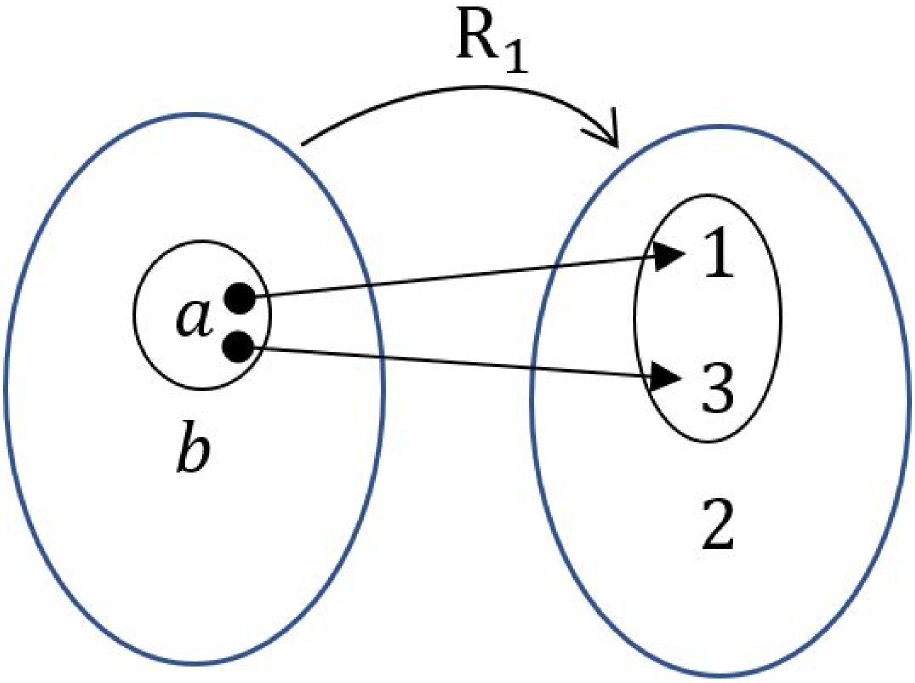
1- Sean los conjuntos $\mathrm{M} = \{a, b\}$ y $\mathrm{N} = \{1, 2, 3\}$, su producto cartesiano es:

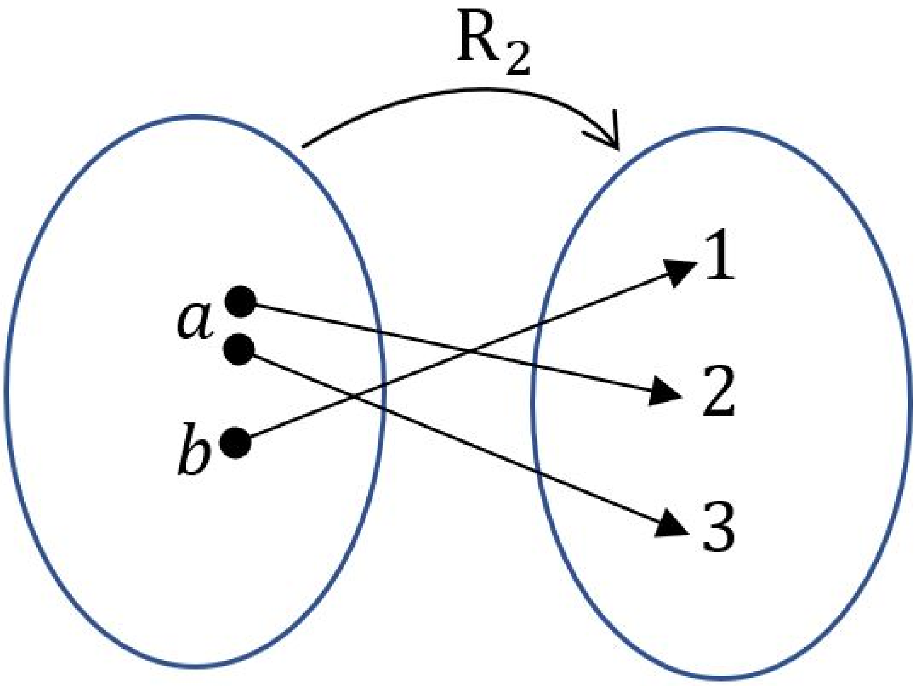
$$\mathrm{M} \times \mathrm{N} = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\}$$

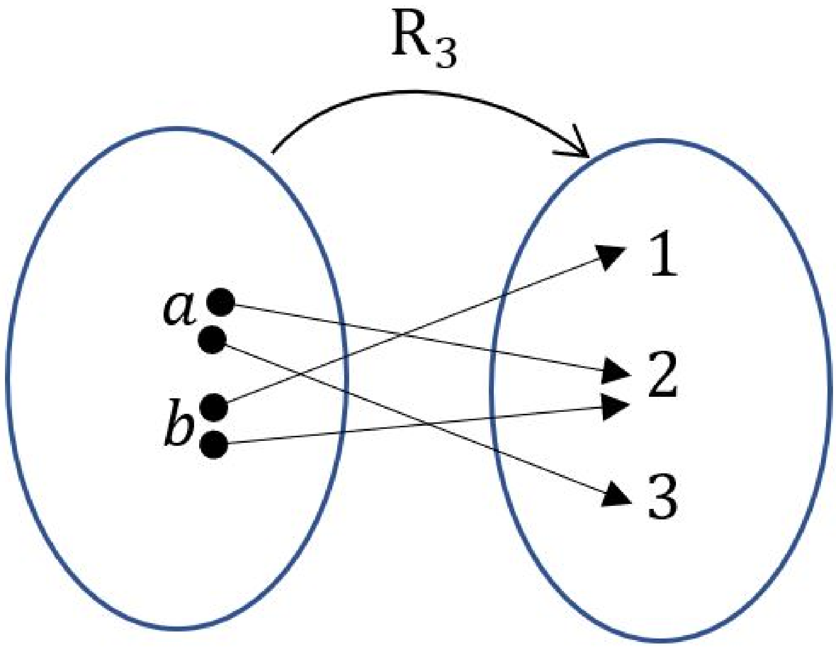
Los siguientes conjuntos son relaciones binarias del producto $\mathrm{M} \times \mathrm{N}$:

- $\mathrm{R}_1 = \{(a, 1), (a, 3)\}$
- $\mathrm{R}_2 = \{(a, 2), (a, 3), (b, 1)\}$
- $\mathrm{R}_3 = \{(a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2)\}$

Los siguientes diagramas sagitales describen mejor el concepto de relación para los conjuntos R_1, R_2 y R_3:


R1
a
b
1
3
2


R2
a
b
1
2
3



2- Sean los siguientes conjuntos $\mathrm{A}=\{1,2,3,4\}$ y $\mathrm{B}=\{1,4,9,16,25\}$, los siguientes conjuntos incluidos al producto cartesiano de $\mathrm{A}\times\mathrm{B}$ son relaciones binarias:

- $\mathrm{R}_1=\{(x,y)\in\mathrm{A}\times\mathrm{B}|x+y\leq 12\}$, por extensión:
  $\mathrm{R}_1=\{(1,1),(1,4),(1,9),(2,1),(2,4),(2,9),(3,1),(3,4),(3,9),(4,1),(4,4)\}$
- $\mathrm{R}_2=\left\{(x,y)\in\mathrm{A}\times\mathrm{B}|y=x^2\right\}$, por extensión:
  $\mathrm{R}_2=\{(1,1),(2,4),(3,9),(4,16)\}$

Note que se ha usado el axioma de comprensión para el ejemplo 2. Los diagramas sagitales te lo dejo para tu imaginación.

Otros conceptos de una relación binaria según otros autores

Existen otros autores donde una relación binaria lo definen bajo una colección de pares ordenados contenidos en el producto cartesiano de un solo conjunto y no de dos. Llaman a una relación R como subconjunto de A^2 de un conjunto dado A.

Generalmente por cuestiones practicas, cualquier curso que se imparta el tema de relaciones binarias, siempre después de una teoría introductoria, se describen a modo de simplificación y orden establecido las propiedades y clasificación de relaciones binarias para un único conjunto especifico.

En resumen, para otros autores, el estudio de las relaciones binarias es únicamente para un conjunto $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A} \times \mathrm{A}$ o $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A}^2$ y para el caso de dos conjuntos distintos le corresponde un titulo llamado **correspondencia**, y tratan los conceptos para dos conjuntos diferentes $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A} \times \mathrm{B}$, tema que correspondería para la otra sección pero con el concepto de conjunto partida y conjunto de llegada. En el siguiente apartado describimos este asunto a modo de introducción.

Correspondencia (introducción)

El concepto de correspondencia no es exclusivo de esta sección, también podía usarlo junto con las dos primeras definiciones de relación binaria, pero quise distinguirlo para explicar el típico conceptos conjunto partida y conjunto de llegada.

Si una relación R de dos conjuntos A y B cumple la condición:

$$\mathrm{R} = \{(x, y) \in \mathrm{A} \times \mathrm{B} | \mathrm{P}(x, y)\}$$

Lo que implica que:

$$\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A} \times \mathrm{B}$$

Entonces podemos corresponder los elementos de A con los elementos de B (unidireccional) simbolizado por $\mathrm{P} : \mathrm{M} \rightarrow \mathrm{N}$ tal que:

$$\mathrm{P} : \mathrm{M} \rightarrow \mathrm{N} \Leftrightarrow \mathrm{R} \subseteq \mathrm{A} \times \mathrm{B}$$

Donde P es un operador sobre x e y, es decir, de la propiedad arbitraria $\mathrm{P}(x, y)$ para definir la relación R. Las expresiones $\mathrm{P} : \mathrm{M} \rightarrow \mathrm{N}$ y $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A} \times \mathrm{B}$ son sinónimos, solo que a nivel semántico, la expresión $\mathrm{P} : \mathrm{N} \rightarrow \mathrm{N}$ indica que el conjunto A es el conjunto de partida o inicial y el conjunto B es el conjunto de llegada o final. Este concepto lo veremos en la próxima sección.

Dominio y rango de la relación

Estos conceptos son fáciles de entender, te lo resumo de la siguiente manera antes de definirlo correctamente:

- El **dominio** de una relación son todas las primeras componentes de los pares ordenados de una relación.
- El **rango** de una relación son todas las segundas componentes de los pares ordenados de una relación.

Definición de dominio de una relación

> *Sea la relación* $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A} \times \mathrm{B}$*, definimos* $\mathcal{D}(\mathrm{R})$ *como el dominio de la relación tal que:*
>
> $$\mathcal{D}(\mathrm{R}) = \{x \in \mathrm{A} | \exists y \in \mathrm{B} \wedge (x, y) \in \mathrm{R}\}$$

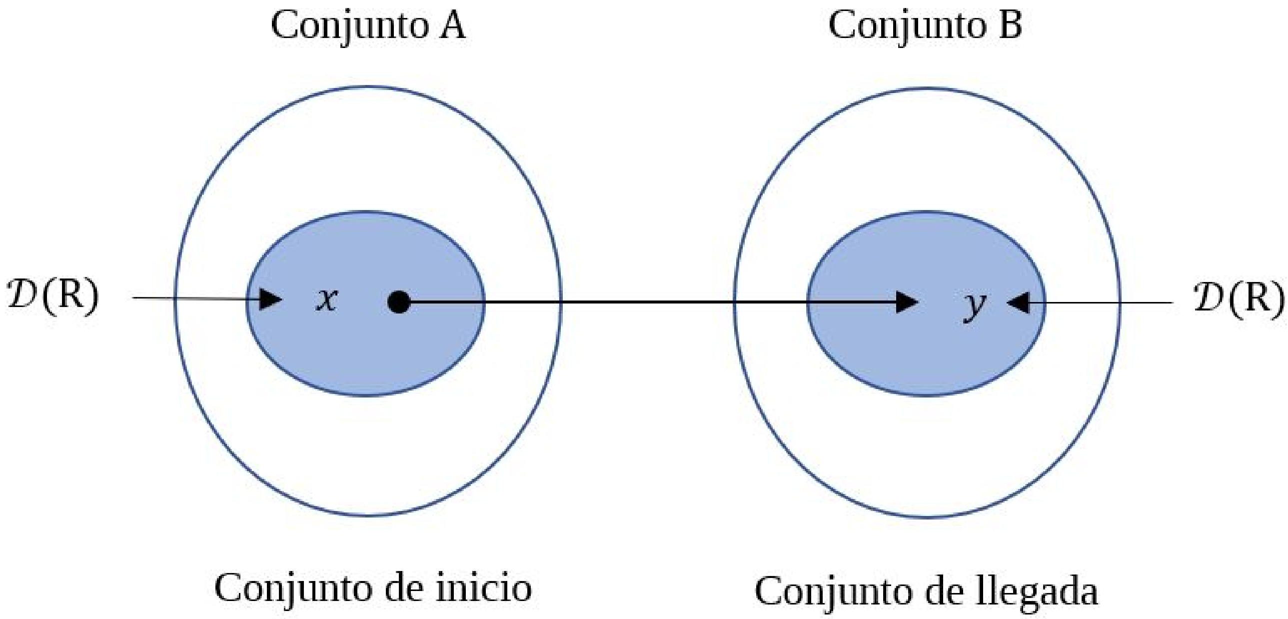
Esta definición significa que el dominio de una relación $\mathcal{D}(\mathrm{R})$ representan aquellos elementos x que pertenecen al conjunto A, ¿cualquier conjunto de A?, no, solo aquellos conjuntos que tengan una correspondencia con algún elemento y (por eso el símbolo de existencia $\exists$) como elemento de llegada que pertenezca a A tal que formen un par ordenado (x, y) que pertenezca a la relación R.

Definición de rango de la relación

> *Sea la relación* $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A} \times \mathrm{B}$*, definimos* $\mathcal{R}(\mathrm{R})$ *como el rango de la relación tal que:*
>
> $$\mathcal{R}(\mathrm{R}) = \{x \in \mathrm{B} | \exists y \in \mathrm{A} \wedge (x, y) \in \mathrm{R}\}$$

De la misma manera como en el caso de la definición del dominio, esta definición significa que el rango de una relación $\mathcal{R}(\mathrm{R})$ representan aquellos elementos y que pertenecen al conjunto B, ¿cualquier conjunto de B?, no, solo aquellos conjuntos que tengan una correspondencia con algún elemento x como elemento de partida que pertenezca a B tal que formen un par ordenado (x, y) que pertenezca a la relación R.

Puedes guiarte con el siguiente diagrama:



Ejemplos

1. Sean los conjuntos $\mathrm{A} = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ y $\mathrm{B} = \{2,4,5,6,10\}$, calcular el dominio y rango de la siguiente relación:

$$\mathrm{R} = \{(x,y) \in \mathrm{A} \times \mathrm{B} | 5 \leq x + y \leq 7\}$$

Solución:
Primero debemos buscar aquellos elementos de A y B que cumple la siguiente condición $5 \leq x + y \leq 7$, lo podemos visualizar en el siguiente tablero:

$$5 \leq x + y \leq 7$$

1	4
1	6
2	4
3	4
4	2
5	2

Es cierto que este diagrama se ve muy grande, pero observen que los valores de x de color verde oscuro representan el dominio de la relación ya que $x \in \mathrm{A}$ siendo el conjunto inicial y los valores de y representan el rango de la relación ya que $y \in \mathrm{B}$ siendo el conjunto final, entonces:

$$\mathcal{D}(\mathrm{R}) = \{1,2,3,4,5\} \wedge \mathcal{R}(\mathrm{R}) = \{2,4,6\}$$

2. Sean los conjuntos $\mathrm{A} = \{1,2,3\}$ y $\mathrm{B} = \{1,2,3,4,5,6\}$, hallar el dominio y rango de la siguiente relación:

$$\mathrm{R} = \{(x,y) \in \mathrm{A} \times \mathrm{B} | xy = 12\}$$

Solución:
Este ejemplo es mas sencillo que el anterior, los elementos de los conjuntos A y B que cumplen con la propiedad $xy = 12$ son:

$$x = 2 \leftrightarrow y = 6 \vee x = 3 \leftrightarrow y = 4$$

de aquí deducimos el dominio y rango de R son:

$$\mathcal{D}(\mathrm{R}) = \{2,3\} \wedge \mathcal{R}(\mathrm{R}) = \{4,6\}$$

Propiedades del dominio y rango en una relación

Es cierto que no se menciona muchas operaciones entre relaciones binarias (*no confundir con las operaciones binarias, es decir, a ley de composición interna*) en un curso de matemática discreta, pero en esta sección te las presento. Sean dos relaciones binarias R_1 y R_2 para los conjuntos A y B, se admiten las siguientes propiedades:

- $\mathcal{D}(\mathrm{R}_1 \cup \mathrm{R}_2) = \mathcal{D}(\mathrm{R}_1) \cup \mathcal{D}(\mathrm{R}_2)$
- $\mathcal{D}(\mathrm{R}_1 \cap \mathrm{R}_2) \subseteq \mathcal{D}(\mathrm{R}_1) \cap \mathcal{D}(\mathrm{R}_2)$
- $\mathcal{D}(\mathrm{R}_1 - \mathrm{R}_2) \subseteq \mathcal{D}(\mathrm{R}_1) - \mathcal{D}(\mathrm{R}_2)$
- $\mathcal{R}(\mathrm{R}_1 \cup \mathrm{R}_2) = \mathcal{R}(\mathrm{R}_1) \cup \mathcal{R}(\mathrm{R}_2)$
- $\mathcal{R}(\mathrm{R}_1 \cap \mathrm{R}_2) \subseteq \mathcal{R}(\mathrm{R}_1) \cap \mathcal{R}(\mathrm{R}_2)$
- $\mathcal{R}(\mathrm{R}_1 - \mathrm{R}_2) \subseteq \mathcal{R}(\mathrm{R}_1) - \mathcal{R}(\mathrm{R}_2)$

Relación inversa

Sabemos que $(a,b) \neq (b,a)$, por tanto, si las relaciones R_1 y R_2 poseen como elementos a los pares (a,b) y (b,a) respectivamente, es obvio que $\mathrm{R}_1 \neq \mathrm{R}_2$, pero como (b,a) tiene las componentes intercambiadas de (a,b), entonces se dice que R_2 es una relación inversa de R_1. Aquí te lo muestro formalmente.

Definición

> *Sea el par ordenado* $(a,b) \in \mathrm{AtimesB}$ *y su relación correspondiente* $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A} \times \mathrm{B}$*, llamamos relación inversa al conjunto definido por:*
>
> $$\mathrm{R}^* = \{(b,a) \in \mathrm{B} \times \mathrm{A} | (a,b) \in \mathrm{R}\}$$
>
> *Esto es, si* $(m,n) \in \mathrm{R}$*, entonces* $(n,m) \in \mathrm{R}^*$*.*

Al intercambiar el orden de los pares ordenados, ahora el dominio y el rango de la relación es el rango y dominio de la relación inversa respectivamente, es decir:

- $\mathcal{D}(\mathrm{R}) = \mathcal{R}(\mathrm{R}^*)$
- $\mathcal{R}(\mathrm{R}) = \mathcal{D}(\mathrm{R}^*)$

Creo que estaría demás realizar un ejemplo de la inversa de una relación, porque si la relación de dos conjuntos A y B es (por poner un ejemplo):

$$\mathrm{R} = \{(m,3),(n,4),(p,5)\}$$

Su relación inversa seria:

$$\mathrm{R}^* = \{(3,m),(4,n),(5,p)\}$$

Lo único que hice es intercambiar el orden de los pares ordenados de R, luego, su dominio y rango sería:

- $\mathcal{D}(\mathrm{R}) = \mathcal{R}(\mathrm{R}^*) = \{m,n,p\}$
- $\mathcal{R}(\mathrm{R}) = \mathcal{D}(\mathrm{R}^*) = \{3,4,5\}$

Propiedades

Sean dos relaciones R_1 y R_2 para un mismo par ordenado, se cumple las siguientes propiedades:

- $(R_1 \cup R_2)^* = R_1^* \cup R_2^*$
- $(R_1 \cap R_2)^* = {R_1}^* \cap R_2^*$
- $(R_1 - R_2)^* = R_1^* - R_2^*$

La mayoría de las de las propiedades serán demostradas en próximos ejercicios resueltos pero en esta misma sección, en esta ocasión solo desarrollaremos la teoría hasta un nuevo aviso de actualización.

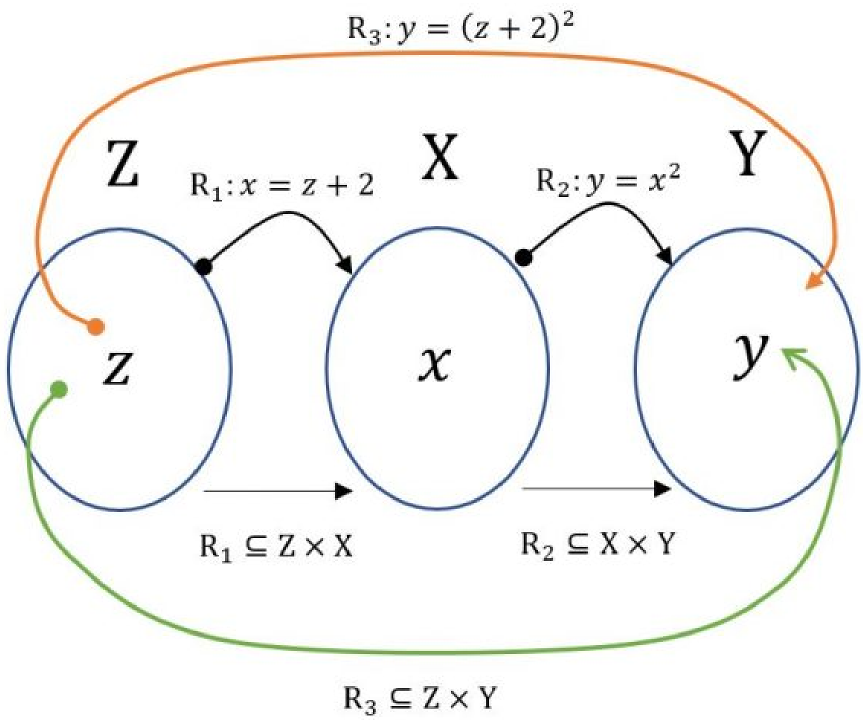
Relación compuesta

La composición de una relación es como aplicar una relación sobre otra relación, antes de entrar a su definición, explicaré con un sencillo ejemplo para indicar para que sirve la composición, sean las siguientes expresiones algebraicas:

1. $x = z + 2$
2. $y = x^2$

Para un valor de z (elemento de inicio) obtenemos el valor de x (elemento de llegada) para la ecuación 1, luego, para el valor x calculado (elemento de inicio) se calcula el valor de y (elemento de llegada) en la ecuación 2, si remplazamos 1 en 2, obtenemos la composición $y = (z + 2)^2$.

Entonces, para algún conjunto Z, X e Y donde estén contenidos z, x e y respectivamente, podemos representarlo con este diagrama sagital de la siguiente manera:



Noten que el diagrama actual es unidireccional, comienza por z, pasa por x y termina en y, para llegar de z a y, debemos usar la ecuación $y=(z+2)^2$, esto es gracias al concepto de composición de relaciones, su definición es la siguiente:

Definición

> *Sea* R_1 *una relación de* A *en* B *y* R_2 *una relación de* B *en* C*, denominamos composición de* R_1 *a* R_2 *simbolizado por* $\mathrm{R}_1 o \mathrm{R}_2$ *como una nueva relación de* A *en* C*, tal que:*
>
> $$\mathrm{R}_1 o \mathrm{R}_2=\{(a,c)\in \mathrm{A}\times \mathrm{C} \mid \exists b\in \mathrm{B},(a,b)\in \mathrm{R}_1 \wedge (b,c)\in \mathrm{R}_2\}$$

Se concluye que para dos relaciones $\mathrm{R}_1 \subseteq \mathrm{A}\times\mathrm{B}$ y $\mathrm{R}_2 \subseteq \mathrm{B}\times\mathrm{C}$, la composición entre ellas dos es $\mathrm{R}_1 o \mathrm{R}_2 \subseteq \mathrm{A}\times\mathrm{C}$. Otro punto a considerar es que para que sea posible la composición $\mathrm{R}_1 o \mathrm{R}_2 \subseteq \mathrm{A}\times\mathrm{C}$, debe depender de la existencia de algún $b\in\mathrm{B}$ tal que $\mathrm{R}_1 \subseteq \mathrm{A}\times\mathrm{B}$ y $\mathrm{R}_2 \subseteq \mathrm{B}\times\mathrm{C}$, por eso el termino $\exists b\in\mathrm{B}$ es una dependencia de la definición anterior para la relación $\mathrm{R}_1 o \mathrm{R}_2$.

Ejemplos

Sean dos relaciones $\mathrm{R}\subseteq\mathrm{A}\times\mathrm{B}$ y $\mathrm{S}\subseteq\mathrm{B}\times\mathrm{C}$, con sus correspondientes pares ordenados particulares tal que $(2,3)\in\mathrm{R}$ y $(3,5)\in\mathrm{S}$, entonces su composición entre ellas dos es $(2,5)\in\mathrm{R}o\mathrm{S}$ si cumple que $3\in\mathrm{B}$, si por algún motivo si $3\notin\mathrm{B}$ entonces $(2,5)\notin\mathrm{R}o\mathrm{S}$, ¿me entendieron?, ahora veamos algunas propiedades.

Propiedades

Sean las relaciones R, S y T, se cumple las siguientes propiedades para la composición entre ellas:

- $\mathrm{R}o\mathrm{S}\neq mathrm S o\mathrm{R}$
- $(\mathrm{R}o\mathrm{S})o\mathrm{T}=\mathrm{R}o(\mathrm{S}o\mathrm{T})$
- $(\mathrm{R}o\mathrm{S})^*= mathrm R^* o\mathrm{S}^*$

Relación de un único conjunto (Aclaración)

Como ya lo había mencionado en apartados anteriores, otros autores desarrollan la teoría de las relaciones binarias para un único conjunto, para el caso de dos conjuntos distintos le corresponde a una sección llamada **correspondencia**.

Estas variaciones teóricas dependen también de cuestiones territoriales y de cultura, pero también por cuestiones de formalización abstracta de la teoría (como suele suceder en las facultades de matemáticas puras y aplicadas) para explicar ordenadamente otras teorías que las requieran, en el Perú por ejemplo, el desarrollo teórico de esta sección es tal cual como se los estoy planteando, sin embargo, las próximas secciones tendrán un orden muy distinto a lo acostumbrado de la cultura matemática de mi región.

La siguiente sección tendrá una matiz diferente ya que cuando se trata de la clasificación de tipos de relaciones matemáticas, es diferente a la clasificación de correspondencia matemática y estas se diferencian por un único conjunto y de dos conjuntos distintos respectivamente.

Por ello, las propiedades que te mostraré aquí es únicamente para las relaciones binarias definidas de una relación donde la correspondencia de un conjunto es sobre si mismo, es decir, para un $\mathrm{P} \subseteq \mathrm{A} \times \mathrm{A}$, o su sinónimo $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A} \times \mathrm{A}$, por cuestiones matemáticamente practicas se escribe así $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A}^2$, en base a esto, planteamos las siguientes propiedades.

Propiedad de una relación binaria

Las propiedades que indicamos aquí **no son exactamente propiedades**, sino definiciones condicionales y no deben ser confundidos con lo que entendemos por propiedad o axiomas como los números reales o su versión mas general, los **espacios vectoriales**.

Lo que intento decir es que las relaciones binarias no tienen estas propiedades propiamente dicha ya que todas las relaciones binarias no pueden ser reflexivas, simétricas o transitivas como ya veremos enseguida, caso contrario ocurre con los números reales donde todos cumplen la propiedad conmutativa, asociativa, distributiva, etc. llamados axiomas.

El concepto de propiedad también puede ser variado, puede confundirse tanto con el concepto de axioma, postulado, teorema, lemas o cualquier condición especifica en particular, aclaro estos puntos para no caer en contradicciones. Repito, las propiedades con respecto a las relaciones binarias son condicionales, no es necesario que cumplan para todas las relaciones.

Nota: recuerden que estas restricciones es únicamente para las relaciones, no significa que un conjunto deba cumplir tal relación extrictamente, de hecho, los conjuntos son independientes de las relaciones, digamos que son referenciales para que las relaciones existan pero los conjuntos no requieren de la relaciones.

Propiedad reflexiva

> *Una relación binaria* $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A}^2$ *es reflexiva si incluye a todos los pares ordenados del tipo* (x, x) *tal que* $x \in \mathrm{A}$.
>
> *En resumen* $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A}^2$ *es reflexiva si y solo si* $\forall x \in \mathrm{A}$, $(x, x) \in \mathrm{R}$.

Esta condición indica que solo aquellos pares ordenados del tipo (x, x) están incluidos en R, no significa que R estén conformados únicamente por estos pares ordenados, la otra condición es que tiene que incluir a todos los elementos del conjunto A.

En la sección de producto cartesiano definimos la diagonal al conjunto de pares ordenados de la forma (x, x) para un conjunto $x \in \mathrm{A}$ tal que:

$$\mathcal{D}(\mathrm{A}) = \{(x, x) | x \in \mathrm{A}\}$$

Significa que $\mathcal{D}(\mathrm{A})$ es subconjunto de R, una definición alternativa para una relación reflexiva sería:

$$\mathrm{R} \subseteq A^2 \text{ es reflexiva si y solo si } \mathcal{D}(\mathrm{A}) \subseteq \mathrm{R}$$

En caso contrario, si por lo menos existe un elemento de A que forme un par ordenado (a, a) y no esté incluido R, entonces la relación es **no reflexiva**, simbólicamente:

$$\mathrm{R} \subseteq A^2 \text{ es no reflexiva si y solo si } \exists x \in \mathrm{A}, (x, x) \in \mathrm{R}$$

Después del siguiente ejemplo, veremos un caso particular de una relación **no reflexiva**.

Ejemplo

Tenemos el siguiente conjunto $\mathrm{A} = \{1, 2, 3, 4\}$, la siguiente relación es reflexiva:

$$\mathrm{R} = \{(1, 1), (3, 4), (2, 2), (3, 1), (3, 3), (4, 4)\}$$

Ya que contiene a todos los pares ordenados $(1, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 3)$ y $4, 4$ donde sus primeras o segundas componentes pertenecen al conjunto A. Pero la relación:

$$\mathrm{R} = \{(3, 4), (2, 2), (3, 1), (3, 3), (4, 4), (1, 2)\}$$

Esta relación no es reflexiva porque falta por lo menos un par ordenado $(1, 1)$ tal que $1 \in \mathrm{A}$.

Propiedad antirreflexiva

> *Una relación binaria* $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A}^2$ *es antirreflexiva si los pares ordenados del tipo* (x, x) *no pertenecen a* R *tal que para todo elemento* $x \in \mathrm{A}$.
>
> *En resumen* $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A}^2$ *es antirreflexiva si y solo si* $\forall x \in \mathrm{A}, (x, x) \notin \mathrm{R}$.

Tomando el concepto de diagonal $\mathcal{D}(\mathrm{A})$, se puede concluir también que:

$$\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A}^2 \text{ es antirreflexiva si y solo si } \mathcal{D}(\mathrm{A}) \nsubseteq \mathrm{R}$$

Ejemplo

Tenemos el conjunto $\mathrm{A} = \{1, 2, 3, 4\}$, la siguiente relación es antirreflexiva:

$$R_1 = \{(1,2),(3,4),(3,1),(2,4)\}$$

Por que no tiene ningún par ordenado del tipo (x,x) tal que $\forall x \in A$. ¿Y si tuviera por lo menos alguno?, en este caso veamos la siguiente relación:

$$R_2 = \{(1,2),(2,2),(3,4),(3,1),(2,4)\}$$

La condición de una relación antirreflexiva indica que no debe incluirse todos los pares ordenados (x,x) para todos los elementos de $x \in A$, pues R_2 no la cumple con una relación antirreflexiva porque contiene por lo menos un par ordenado $(2,2)$ tal que $2 \in A$. Esta relación tiene un nombre especial, veamos el siguiente ejemplo.

Ejemplo de propiedad no reflexiva

Una relación **no reflexiva** no necesariamente es una relación antirreflexiva, pero una relación antirreflexiva siempre es una relación no reflexiva. Tomando el mismo conjunto del ejemplo anterior $A = \{1,2,3,4\}$, y la relación R_2 contiene por lo menos un par ordenado $(2,2)$, esta relación no es reflexiva, pero tampoco es antirreflexiva porque no debe tener ningún par ordenado del tipo (x,x) sobre el conjunto que esta definido, este tipo de relaciones se les llama relaciones **no reflexivas**.

Muy interesante: De este ultimo ejemplo, decimos entonces que para una relación **no-antirreflexiva** se cumple lo siguiente:

$$R \subseteq A^2 \text{ es no-antirreflexiva si y solo si } \exists x \in A, (x,x) \in R$$

Significa que para que el conjunto R sea no antirreflexiva, por lo menos debe existir un par ordenado (x,x) que pertenezca a R tal que $x \in A$. Otro punto muy interesante es la siguiente, tomando la relación R_2 del ejemplo anterior, sabemos que no es una relación reflexiva ni tampoco es una relación no-antirreflexiva como lo acabamos de demostrar.

El punto aquí (**y esto es lo interesante**) es que una relación reflexiva y una antirreflexiva no pueden coexistir mutuamente, sin embargo, sus respectivas negaciones, la relación no reflexiva y la no-antirreflexiva puede coexistir mutuamente.

Propiedad simétrica

> *Una relación definida sobre un conjunto es simétrica si un par ordenado (x,y) que pertenece a una relación, el par ordenado (y,x) también pertenece a dicha relación.*
>
> *Es decir, $R \subseteq A^2$ es simétrica si y solo si $(x,y) \in R \to (y,x) \in R$.*

Ejemplo

Sea el conjunto $B = \{1,2,3,4,5,6\}$, las siguientes relaciones son simétricas:

- $R_1 = \{(1,2),(1,1),(2,1),(4,1),(1,4)\}$
- $R_1 = \{(3,4),(4,3),(2,2)\}$
- $R_3 = \{(5,5)\}$

Todas estas relaciones son simétricas porque cada una de ellas cumple la condición $(x.y) \in \mathrm{R} \rightarrow (y,x) \in \mathrm{R}$, por ejemplo, para R_1, si existe en su colección el par $(1,2)$, entonces debe incluirse de la misma manera el par $(2,1)$, si se incluye el par $(4,1)$, también debe incluirse $(1,4)$ y el par $(1,1)$ es un elemento simétrico consigo mismo, por tanto, R_1 es una relación simétrica, igualmente para R_2 y R_3 que cumplen la simetría. Veamos esta relación:

$$\mathrm{R}_4 = \{(4,5),(5,6),(5,4),(3,1),(1,3)\}$$

No es reflexiva porque hay un par ordenado $(5,6)$ que si bien pertenece a R_4, el par $(6,5)$ no pertenece a R_4.

Aclaración: Algunos autores usar la siguiente definición para la propiedad simétrica:

$$\mathrm{R} \subseteq A^2 \text{ es simétrica si y solo si } (x,y) \in \mathrm{R} \rightarrow (y,x) \in \mathrm{R}, \forall x,y \in \mathrm{A}$$

Donde el cuantificador $\forall x,y \in \mathrm{A}$ (que no incluyo en mi definición relación simétrica) no corresponde con los ejemplos de sus respectivas obras, me explico, cuando se escribe por extensión un conjunto dado donde se indica el cuantificador "**para todo**" simbolizado por "$\forall$", este incluye por extensión a todos los elementos del conjunto A hasta no dejar rastro alguno según la propiedad que se le aplica a dicho conjunto.

Por ejemplo, sea el conjunto $x \in \mathbb{N}$, y la desigualdad $2 < x < 10$, y sea la siguiente función proposicional (enunciado abierto):

$$\forall x \in \mathbb{N} | 2 < x < 10$$

Es falsa por que no todos los números naturales pueden estar comprendidos entre $2 < x < 10$. Pero si definimos los siguientes conjuntos:

- $\mathrm{A} = \{3,4,5,6,7,8,9\}$
- $\mathrm{B} = \{3,4,5\}$

Tal que:

- $\forall x \in \mathrm{A} | 2 < x < 10$
- $\forall x \in \mathrm{B} | 2 < x < 10$

Estas proposiciones son verdaderas porque cumple para todos los elementos de A y B. Por esta misma razón no agrego el cuantificador $\forall x,y \in \mathrm{A}$, ya que no es obligación que cumpla para todos los elementos de A. Ya que como dije antes, algunos autores agregan algunas combinaciones de pares ordenados en una relación binarias en contradicción del cuantificador $\forall x,y \in \mathrm{A}$ con su definición, ya que deben de colocarse sin excepción todos los elementos para un conjunto dado. Eso es todo, sigamos con el capitulo.

Propiedad antisimétrica

> *Una relación definida sobre un conjunto se llama antisimetrica si* $(x,y) \in \mathrm{R}$ *y* $(y,x) \in \mathrm{R}$, *entonces* $x = y$.
>
> *Esto es,* $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A}^2$ *es antisimetrica si y solo si* $[(x,y) \in \mathrm{R} \wedge (y,x) \in \mathrm{R}] \rightarrow x = y$.

Aquí un trabalenguas: Tenga en cuenta que para que la igualdad $x = y$ se cumpla, la relación debe contener los dos pares (y,x) y (y,x) simultáneamente, si por lo menos tiene un par (x,y) pero no (y,x), entonces no es una obligación o no es condición necesaria para que $x = y$, aun así la relación podría ser antisimetrica siempre y cuando existan otros pares que si la cumplen, pero si las contiene y resulta que $x \neq y$ entonces la relación no es antisimetrica.

Ejemplo

Sean el conjunto $\mathrm{B} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, veamos las siguientes relaciones si son o no antisimetricas:

- $\mathrm{R}_1 = \{(1,2), (1,1), (5,5), (3,4)\}$
- $\mathrm{R}_2 = \{(3,3), (1,6), (4,4), (6,1)\}$

Para el caso de la relación R_1, busquemos aquellos pares que tengan los componentes iguales $x = y$, en este caso son:

- $(1,1)$
- $(5,5)$

Estos casos cumplen la condición inicial $(x,y) \in \mathrm{R}$ y $(y,x) \in \mathrm{R}$. Pero si comenzamos por esta condición, los únicos que cumplen son $(1,1)$ y $(5,5)$, los pares $(1,2)$ y $(3,4)$ no se cuentan porque no existe su par simétrico $(2,1)$ y $(4,3)$, por tanto R_1 es antisimetrico.

Para el caso de la relación R_2, no es antisimetrico, es cierto que encontramos los pares $(3,3)$ y $(4,4)$ cumplen con la antisimetria, pero la condición $[(x,y) \in \mathrm{R} \wedge (y,x) \in \mathrm{R}] \rightarrow x = y$ no se cumple con los pares $(1,6)$ y $(6,1)$, por tanto, R_2 no cumple la antisimetria.

Propiedad transitiva

> *Se dice que una relación* R *definida sobre un conjunto es transitiva si y solo si los pares ordenados y* (y,z) *que pertenecen a* R*, implica que el par ordenado* (x,z) *pertenezca a* R*.*
>
> *Simplificando,* $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A}^2$ *es transitiva si y solo si* $[(x,y) \in \mathrm{R}(y,z) \in \mathrm{R}] \rightarrow (x,z) \in \mathrm{R}$*.*

Ejemplos

Diseñaremos nuestros ejemplos con el mismo conjunto $\mathrm{B} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, la siguiente relación es transitiva:

$$\mathrm{R}_1 = \{(3,4), (1,5), (4,5), (2,3), (4,5), (2,5), (2,4)\}$$

La relación R_1 es transitiva porque si los pares $(3,4)$ y $(4,5)$ pertenecen R_1, también el par $(3,5)$ debe pertenecer a R_1, la definición también cumple con el resto de los pares ordenados de B, el par que no se contabiliza es $(1,5)$ ya que no existe un par del tipo $(5,n)$ para que $(1,n)$ pertenezca a R_1, por tanto, esta relación es transitiva.

$$\mathrm{R}_2 = \{(1,1), (3,2), (1,4), (2,1), (3,1)\}$$

La relación R_2 no cumple la propiedad transitiva ya que existe dos pares ordenados $(3,1)$ y que incluyen a la relación R_2 lo que implica que debe existir un par ordenado $(3,4)$ que este contenido en R_2, sin embargo, no lo esta, por tanto, la relación R_2 no es transitiva.

Clasificación de las relaciones binarias

Algunos autores consideran las propiedades de relaciones binarias como una clasificación junto con las que vamos a presentar en este momento, sin embargo, no queremos redundar en la teoría y presentaremos las siguientes clasificaciones que dependen de dichas propiedades. Comencemos con la relación de equivalencia.

Relación de equivalencia

> *Una relación sobre un conjunto dado es una relación de equivalencia si es reflexiva, simétrica y transitiva. En otras palabras:*
>
> *La relación* $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A}^2$ *es de equivalencia si y solo si cumple las siguientes condiciones:*
>
> ✓ *Es reflexiva, simbólicamente es* $\forall x \in \mathrm{A} | (x, x) \in \mathrm{R}$.
> ✓ *Es simétrica, simbólicamente* $(x, y) \in \mathrm{R} \rightarrow (y, x) \in \mathrm{R}$.
> ✓ *Es transitiva, esto es,* $[(x, y) \in \mathrm{R} \wedge (y, z) \in \mathrm{R}] \rightarrow (x, z) \in \mathrm{R}$.

Ejemplo

Sea el conjunto $\mathrm{A} = \{a, b, c, d\}$, veamos la siguiente relación:

$$\mathrm{R} = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (a, c), (c, a), (b, d), (d, b)\}$$

Es reflexiva porque contiene todos los pares de la forma (x, x) y son:

- (a, a)
- (b, b)
- (c, c)
- (d, d)

Es simétrica porque por cada par del tipo (x, y) contenida en R también debe contener a (y, x). Como por ejemplo:

- $(a, c) \in \mathrm{R} \rightarrow (c, a) \in \mathrm{R}$
- $(b, d) \in \mathrm{R} \rightarrow (d, b) \in \mathrm{R}$
- $(c, c) \in \mathrm{R} \rightarrow (c, c) \in \mathrm{R}$
- El resto de los pares de la relación cumple con la misma intensión de la propiedad simétrica.

Es transitiva porque el juego de pares (x, y) y y, z contenidas en R implica que deba incluir el par (x, z) en la relación. Por ejemplo:

- $[(a, a) \wedge (a, c)] \in \mathrm{R} \rightarrow (a, c) \in \mathrm{R}$
- $[(a, c) \wedge (c, c)] \in \mathrm{R} \rightarrow (a, c) \in \mathrm{R}$
- $[(b, d) \wedge (d, b)] \in \mathrm{R} \rightarrow (b, b) \in \mathrm{R}$
- Comparando el resto de los pares ordenados con la misma relación, encontramos los mismos resultados.

De esta manera, se prueba que R es una relación de equivalencia.

Ojo: El apartado de relación de equivalencia es un tema un poco extenso y merece un trato especial en una sección privilegiada, por lo pronto solo nos limitaremos señalarlo.

Relación de orden

Quizá, uno de los fundamentos teóricos al desarrollo de las matemáticas es el concepto orden , existen frases que pueden definir el orden de un conjunto de elementos como "a **precede a** b" donde el par (a, b) debe cumplir ciertos requisitos para cumplir este orden, existen definiciones distintas adecuados dentro de esta categoría donde podemos establecer formalmente el concepto de orden, como los números naturales, para diferentes conjuntos que lo requieran.

Las siguientes definiciones que veremos a continuación siguen un patrón de orden y todas deben estar acompañadas con la definición de transitividad para formar otra clasificación llamadas **relaciones de orden**, la definición de transitividad es la única que le da un carácter precedente o subsiguiente a lo que refiere a conjuntos ordenados.

Estos conceptos se pueden aplicar a la teoría de sucesiones y series como también al concepto de conjuntos acotados y los típicas definiciones aplicadas a los números reales (es decir, el concepto del continuo) como pueden ser los conceptos de supremo e ínfimo.

En otras palabras, este apartado no es mas que el intento de formalizar lo que entendemos por orden y es lo que esta sección pretende, de hecho, este apartado pertenece a un titulo muy importante llamado teoría del orden y que pronto desarrollaremos en algún futuro cercano, ¿me creen, no?. Comencemos con las definiciones mal llamada propiedades y luego con las clasificaciones.

Orden parcial

> *Sea una relación* $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A}^2$*, se dice que cumple la* ***propiedad de orden parcial*** *si y solo si existe un par ordenado como su inversa que no pertenecen a* R*.*
>
> *Es decir,* $\mathrm{R} \subseteq A^2$ *es de orden parcial si y solo si* $\exists x, y \in \mathrm{A} | (x, y) \notin \mathrm{R} \land (y, x) \notin \mathrm{R}$.

Te explico, para que una relación cumpla la propiedad de orden parcial, debe existir un par (x, y) y (y, x) su inversa que no pertenezca a la misma relación R sobre un conjunto A tal que $\forall x, y \in \mathrm{A}$. Para no entrar en confusión, esta propiedad no indica que no sea posible que un par y su inversa este contenida en una relación, basta que no exista un par y su inversa extraída de un conjunto A, entonces la relación es de orden parcial.

¿Porque parcial?, lo puedes entender coloquialmente como "**a medias**", significa que la relación puede tener algunos pares ordenados junto con su inversa extraída de un conjunto dado pero no todas las combinaciones del conjunto que cumpla $(x, y) \in \mathrm{R} \land (y, z) \in \mathrm{R}$.

Ejemplo: Sea el conjunto $\mathrm{B} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, sea la siguiente relación:

- $\mathrm{R} = \{(1, 2), (3, 3), (3, 4), (5, 2), (2, 1), (6, 2)\}$

Si R esta definida en B, podemos notar que algunos pares ordenados y su inversa están contenidas en R y son:

- $(1, 2) \in \mathrm{R}$ y $(2, 1) \in \mathrm{R}$.
- $(3, 3) \in \mathrm{R}$ es inversa en si misma.

Pero no todas las combinaciones posibles que podemos formar con el conjunto B como por ejemplo el par $(2, 3)$ y su inversa $(3, 2)$ que no se encuentran en R, esto implica que la relación de este ejemplo es de orden parcial, de hecho, si no existe ningún par ni su inversa en una relación definida sobre un conjunto dado, sigue siendo parcial.

Orden total

> *Es la negación de la propiedad orden parcial. Sea una relación* $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A}^2$*, se dice que cumple la* ***propiedad de orden total*** *si para cualquier par ordenado o su inversa pertenecen a la relación* R*.*
>
> *Es decir,* $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A}^2$ *es de orden total si y solo si* $\forall x, y \in \mathrm{A} | (x, y) \in \mathrm{R} \vee (y, x) \in \mathrm{R}$*.*

También se le conoce como **orden fuertemente conexa** u **orden lineal**, en estos casos el par y su inversa se puede comparar bajo alguna propiedad definida por una relación.

Ejemplo: Si tenemos una relación R definida por la ecuación $x + y = 6$ para cualquier $x, y \in \mathbb{N}$, tomando dos valores cuales quiera como $2 + 4 = 6$ ó $4 + 2 = 6$ o ambas.

Nota: Algunos autores definen una relación total así $\forall x, y \in \mathrm{A} | (x, y) \in \mathrm{R} \vee (y, x) \in \mathrm{R} \vee x = y$, pues no es necesario la igualdad entre componentes porque la definición de orden total no excluye la posibilidad de que $x = y$, si tomamos el ejemplo anterior, también puede cumplirse particularmente para $3 + 3 = 6$, de esta manera se demuestra que la condición $x = y$ esta incluida en la definición de orden total.

Ejemplo: Si tenemos una relación R definida por la inecuación $x \leq y$ para cualquier $x, y \in \mathbb{N}$, tomando dos valores cuales quiera particularmente vemos que $2 \leq 4$ ó $4 \leq 2$, una de ellas es verdadera y la otra es falsa, por ser una disyunción inclusiva, la proposición es verdadera, por tanto, la relación R definida definida por $x \leq y$ cumple la propiedad de orden total.

Orden conexa

> *La relación* $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A}^2$ *es* ***conexa*** *si y solo si* $\forall x, y \in \mathrm{A} | x \neq y \rightarrow [(x, y) \in \mathrm{R} \vee (y, z) \in \mathrm{R}]$*.*

Esta propiedad impone una restricción, para que cualquiera de estos pares (x, y) o (y, x) o ambos pertenezcan a R, debe cumplir primero que $x \neq y$ para cualquier valor de x e y perteneciente al conjunto A. Recuerde que la propiedad de orden total también es llamado **fuertemente conexa**.

Ejemplo: Tomemos los datos de un ejemplo anterior donde una relación R esta definida sobre el conjunto de los números naturales tal que cumple la ecuación $x + y = 6$, esta relación no cumple la propiedad de orden conexo ya que $3 + 3 = 6$, para un $x = y = 3$, tenga en cuenta que la definición de orden conexo debe aplicar para todo los elementos del conjunto A.

Clasificación de las relaciones de orden

Las siguientes relaciones depende de algunas propiedades ya definidas anteriormente, pero esta clasificación es únicamente para aquellos que cumplen la propiedad de transitividad ya que esta misma le da un aspecto ordenado. Veamos cada una de ellas.

Relación de orden

> *Una relación* $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A}^2$ *es una* ***relación de orden*** *si y solo si es reflexiva, antisimetrica y transitiva. Es decir, debe cumplir 3 condiciones:*
>
> ✓ *Es reflexiva:* $\forall x \in \mathrm{A} | (x, x) \in \mathrm{R}$.
> ✓ *Es antisimetrica* $[(x, y) \in \mathrm{R} \wedge (y, x) \in \mathrm{R}] \rightarrow x = y$.
> ✓ *Es transitiva* $[(x, y) \in \mathrm{R} \wedge (y, z) \in \mathrm{R}] \rightarrow (x, z) \in \mathrm{R}$.
>
> *También se le llama* ***relación de orden amplio****.*

La definición anterior es una definición principal y de aquí se desprende dos tipos de relaciones de orden mas.

Propiedad: La inversa de una relación de orden es otra relación de orden. Esto lo demostraremos luego de actualizar esta misma pagina con una serie de teoremas que se han pasado por algo.

Relación de orden parcial

> *Una relación* $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A}^2$ *es una* ***relación de orden parcial*** *si y solo si es una relación de orden y cumple la propiedad de orden parcial. Es decir, debe cumplir las siguientes condiciones:*
>
> ✓ *Es reflexiva:* $\forall x \in \mathrm{A} | (x, x) \in \mathrm{R}$.
> ✓ *Es antisimetrica* $[(x, y) \in \mathrm{R} \wedge (y, x) \in \mathrm{R}] \rightarrow x = y$.
> *Es transitiva* $[(x, y) \in \mathrm{R} \wedge (y, z) \in \mathrm{R}] \rightarrow (x, z) \in \mathrm{R}$.
> *Es de orden parcial:* $\exists x, y \in \mathrm{A} | (x, y) \notin \mathrm{R} \wedge (y, x) \notin \mathrm{R}$.
>
> *También se le llama* ***relación de orden no estricto****.*

Si una relación de orden parcial R se ha definido sobre un conjunto A, se dice que el conjunto A es parcialmente ordenado.

Relación de orden total

> *Una relación* $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A}^2$ *es una* ***relación de orden total*** *si y solo si es una relación de orden y cumple la propiedad de orden parcial. Es decir, debe cumplir las siguientes condiciones:*
>
> ✓ *Es reflexiva:* $\forall x \in \mathrm{A} | (x, x) \in \mathrm{R}$.
> ✓ *Es antisimetrica* $[(x, y) \in \mathrm{R} \wedge (y, x) \in \mathrm{R}] \rightarrow x = y$.
> ✓ *Es transitiva:* $[(x, y) \in \mathrm{R} \wedge (y, z) \in \mathrm{R}] \rightarrow (x, z) \in \mathrm{R}$.
> ✓ *Es de orden total* $\forall x, y \in \mathrm{A} | (x, y) \in \mathrm{R} \vee (y, x) \in \mathrm{R}$.
>
> *También se le llama* ***relación de orden lineal u orden simple.***

Para ese caso, si una relación de orden total R se ha definido sobre un conjunto A, se dice que el conjunto A es totalmente ordenado.

Relación cuasi-ordenado o pre-ordenado

> *Una relación* $\mathrm{R} \subseteq \mathrm{A}^2$ *se dice que es cuasi-ordenado si es reflexiva y transitiva* A.

Actualizaremos esta pagina para mas ejemplos de algunas relaciones restantes.

Fin

Si que ha sido una sección larga e interesante y tal vez un poco pesado pero valió la pena exponer las teorías necesarias aquí, mi mayor dolor de cabeza fue entender todas las interpretaciones de muchos autores que incluso y felizmente no muy a menudo tenían conceptos diferentes para una misma definición.

La teoría actual aun es incompleta no porque necesito extender la teoría de relaciones de equivalencia o la teoría de las relaciones de recurrencia que no expuse aquí y creo que no es necesario (y que merece una sección exclusiva), sino porque aun falta agregar algunas propiedades, ejemplos y diagramas para darle mayor sencillez a esta larga sección.

Ha sido una sección intensa, la próxima sección desarrollaremos el concepto de correspondencia junto con sus propiedades y lo que entendemos por aplicación que en otros ámbitos también se llama función.

Generalmente esta sección se desarrolla junto con las funciones como un tema único llamado "**relaciones y funciones**", originalmente son capítulos de un curso de **matemática discreta** y en el Perú junto con otros capítulos como teoría elemental de conjuntos, números reales, inducción matemática, funciones polinomios, sucesiones y series, etc. y se le conoce como **matemática básica**, cursos previos para estudiar otras áreas como, análisis matemático, análisis de fourier, topología, mecanica clásica, electromagnetismo, entre otras áreas de cursos superiores.

Esta metodología será adoptada en nuestra pagina, es decir, todo el desarrollo teórico de un curso completo de matemática básica. Y eso es todo amigos, ha sido un día largo, que tengan un buen día, nos vemos en la próxima sección, bye.

Detalles Del Capitulo

Nombre Del Articulo	Relaciones binarias: definición y propiedades
Descripción	Las relaciones binarias son un conjunto de pares ordenados que relacionan dos conjuntos y que están incluidas en el producto cartesiano de estos conjuntos.
Autor	Sergio Cohaguila
Nombre De La Organización	Ciencias Básicas
Logotipo	

← Entrada anterior

Entrada siguiente →

CAPITULO DEL CURSO:

RELACIONES MATEMÁTICAS

relacion binarias

funciones binarias

matematicas ejercicios

ciencias naturales

números primos

Políticas de privacidad

Políticas de cookies