

Trabajo Práctico

Diferenciación numérica

Introducción:

La evaluación de derivadas es fundamental para el cálculo numérico. Algunos ejemplos donde se requiere evaluar la derivada: el algoritmo de Newton-Raphson para la búsqueda de raíces, la interpolación mediante polinomios de Hermite, la solución de sistemas de ecuaciones no lineales, la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales.

El problema de la diferenciación numérica trata con la búsqueda de derivadas de una función $f(x)$, la cual puede presentarse como una serie de valores numéricos o un como un algoritmo capaz de evaluar la función para un argumento dado.

Objetivos del trabajo práctico:

1. Entender los procesos involucrados en los algoritmos de diferencias finitas.
2. Desarrollar habilidades de programación.

Referencias:

- Capítulo 3 de Anderson et al, "Computational Fluid Dynamics and Heat transfer", Taylor and Francis, 2da Ed 1997.
- Capítulo 5 de Kiusalaas J., "Numerical Methods in Engineering with MATLAB", Cambridge University Press, 2005.
- Capítulos 6 de Mathews J., Fink K., "Métodos Numéricos con MATLAB", Prentice Hall, 2000.
- Capítulos 23 de Chapra S., Canale. R., "Métodos Numéricos para Ingenieros", McGraw-Hill, 1999.
- Eaton J., Bateman D., Hauberg S., Wehbring R., "GNU Octave – Free your numbers", 4 Ed, Free Software Foundation, 2016. <https://www.gnu.org/software/octave/octave.pdf>

Actividades:

Ejercicio 1

Encuentre una fórmula para la derivada de primer orden, con un error de $O(\Delta x^3)$.

Ejercicio 2

Encuentre una fórmula para una derivada de primer orden, con un error de $O(\Delta x^4)$.

Ejercicio 3

Encuentre la fórmula para la derivada de segundo orden, con un error de $O(\Delta x^2)$, que utilice los puntos x_0, x_1, x_2, x_3 .

Ejercicio 4

Encuentre la fórmula para la derivada de segundo orden, con un error de $O(\Delta x^2)$, que utilice los puntos $x_0, x_{-1}, x_{-2}, x_{-3}$.

Ejercicio 5

Dados la siguiente tabla de valores

x	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4
f(x)	0,0000	0,0819	0,1341	0,1646	0,1797

Determine las siguientes derivadas con fórmulas de orden $O(\Delta x^2)$:

- La derivada de primer orden en $x=0,2$.
- La derivada de primer orden en $x=0,0$.
- La derivada de primer orden en $x=0,4$.
- La derivada de segundo orden en $x=0,2$.
- La derivada de segundo orden en $x=0,0$.
- La derivada de segundo orden en $x=0,4$.
- Obtenga el valor más preciso posible en $x=0,2$.

Ejercicio 6

Dada la siguiente ecuación:

$$f(\beta) = (180 - 100 \cos \alpha - 120 \cos \beta)^2 + (100 \sin \alpha + 120 \sin \beta)^2 - 150^2$$

- Encuentre las raíces β dentro del intervalo $[-5,5]$, para los siguientes valores de α : 0, 15 y 30 grados.
- Determine la derivada de la función dentro del intervalo $[-5,5]$, con un paso $h=0,25$ y un esquema de orden $O(h^2)$.
- Determine numéricamente los puntos críticos de la función.

Ejercicio 7

Se registró que el precio y la demanda de un producto varía según la siguiente tabla.

Precio [\\$]	10	15	20	22	24
Demanda [unidades]	235	221	185	181	173

- Determine la derivada primera de la demanda para \$15.
- Derive analíticamente el polinomio encontrado en el ejercicio 6 del trabajo práctico 5 y evalúe la derivada primera para \$15.
- Compare los resultados obtenidos en a) y b)