Trabajo Práctico

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias con valores iniciales

Introducción:
La solución de ecuaciones diferenciales es uno de los temas centrales del cálculo numérico. En este trabajo introductorio se utilizarán algunos de los métodos más comunes. Cabe resaltar que existe una gran cantidad de métodos numéricos para resolver estos problemas.

Objetivos del trabajo práctico:

1. Comprender la diferencia entre algoritmos explícitos e implícitos.
2. Analizar la convergencia de los métodos.
3. Desarrollar habilidades de programación.

Referencias:

- Capítulos 25 y 26 de Chapra S., Canale. R.,"Métodos Numéricos para Ingenieros", McGraw-Hill, 1999.
- Eaton J., Bateman D., Hauberg S., Wehbring R.,"GNU Octave – Free your numbers", 4 Ed, Free Software Foundation, 2016. https://www.gnu.org/software/octave/octave.pdf

Actividades:

Utilizando Octave escriba un algoritmo que encuentre la función solución de cada EDO. Demuestre la convergencia en cada caso para la discretización elegida como respuesta. Encuentre la solución en el tiempo con el algoritmo de Euler simple, un método de segundo orden y un método de cuarto orden. Compare los resultados obtenidos mediante un gráfico de evolución (x vs y_1, x vs y_2) y un gráfico en el plano de fase (y_1 vs y_2).

Ejercicio 1: Concentración de un químico en un tanque completamente mezclado

$$V\frac{dc}{dt}=F-Q\,c-k\,V\,c^2$$

donde V es el volumen del tanque, c es la concentración [gr/m³], F es la taza de alimentación , Q es el caudal volumétrico y k es una taza de reacción de segundo orden. Si inicialmente la concentración es 0[gr/m³], determine la concentración de equilibrio para V=12[m³], F=175[gr/min], Q=1[m³/min], k=0,15[m³/gr/min].

Ejercicio 2: Modelo presa-depredador de Lotka-Volterra

$$\frac{dx}{dt}=a\,x-b\,x\,y$$
$$\frac{dy}{dt}=-c\,y+d\,x\,y$$

donde x es la población de las presas, y es la población de depredadores, a es la tasa de crecimiento de presas, c es la tasa de muerte de los depredadores y b,d son constantes que representan la interacción entre ambas poblaciones.

Para a=1,2 b=0,6 c=0,8 d=0,3 y con poblaciones iniciales x(0)=2 e y(0)=1 determine la evolución hasta t=30.

<u>Ejercicio 3:</u> Oscilaciones del péndulo simple

$$\begin{pmatrix} dz_1/dt \\ dz_2/dt \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_2 \\ -9{,}81 \cos z_1 \end{pmatrix} \text{ , } z_1(0)=0[\mathrm{rad}], z_2(0)=0[\mathrm{rad/s}], t_{final}=80[s]$$

<u>Ejercicio 4:</u> Oscilaciones de un sistema masa – resorte - amortiguador

$$\begin{pmatrix} dz_1/dt \\ dz_2/dt \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -c/m \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} \text{ , } z_1(0)=1[m], z_2(0)=0[m/s], t_{final}=100[s]$$

a)$m=1[kg]$,$k=1[N/m]$, $c=0[N\,s/m]$

b)$m=1[kg]$,$k=1[N/m]$, $c=0{,}1[N\,s/m]$

c)$m=1[kg]$,$k=1[N/m]$, $c=1[N\,s/m]$