

Trabajo Práctico 4

Interpolación y aproximación de funciones

Introducción

Cuando se trabaja con resultados experimentales, las observaciones contienen un cierto error propio de la medición y la experimentación. Para poder entender la física del experimento es necesario determinar tendencias y correlaciones entre las observaciones. Los métodos numéricos permiten obtener funciones que representen la tendencia de los datos. Además, si se requieren valores intermedios, se pueden determinar mediante la interpolación.

Por otro lado, mediante técnicas numéricas se pueden representar funciones de cierta complejidad con aproximaciones más simples, aceptando cierto grado de error.

En este trabajo práctico se exponen las diferencias entre los distintos métodos de interpolación y aproximación por mínimos cuadrados.

Objetivos del trabajo práctico

1. Entender los procesos involucrados en los algoritmos de interpolación y aproximación.
2. Aplicar métodos numéricos en problemas estudiados en Probabilidad y Estadística.
3. Desarrollar habilidades de programación.

Referencias

- Capítulo 4 de Mathews J., Fink K., "Métodos Numéricos con MATLAB", Prentice Hall, 2000.
- Capítulos 17 y 18 de Chapra S., Canale. R., "Métodos Numéricos para Ingenieros", McGraw-Hill, 1999.
- Eaton J., Bateman D., Hauberg S., Wehbring R., "GNU Octave – Free your numbers", 4 Ed, Free Software Foundation, 2016. <https://www.gnu.org/software/octave/octave.pdf>
- Manual en línea de GNU Octave:
https://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter/index.html#SEC_Contents

Actividades

Consignas de programación para interpolación y aproximación por mínimos cuadrados

El programa debe aceptar como argumentos de entrada: vectores de datos X e Y, vector con los puntos donde se evaluará el polinomio interpolante Xi. El argumento de salida debe ser un vector de resultados Yi.

- 1) Para los siguientes datos experimentales, encuentre los polinomios interpolantes

X	0,0000	1,5708	3,1416	4,7124	6,2832	7,8540
Y ₁	0,0000	1,0000	0,0000	-1,0000	0,0000	1,0000
Y ₂	1,0000	0,0000	-0,7304	0,0000	0,5335	0,0000

2) Utilice los polinomios determinados en el punto 1) para estimar los valores de Y_1 e Y_2 en las siguientes abscisas

X	0,7854	2,3562	3,927	5,4978	7,0686
---	--------	--------	-------	--------	--------

3) Construya una tabla que incluya los datos originales más los puntos del ejercicio 2. Determine el error relativo porcentual de las interpolaciones comparando con los valores exactos dados por las funciones $Y_1=\sin(x)$, $Y_2=\cos(x) e^{(-x/10)}$

4) Incorpore el dato $X=12,5664$ $Y_2=0,2846$ al polinomio que representa a Y_2 y recalcule los errores del ejercicio 3. ¿Nota cambios en el error?

5) Utilizando Octave repita el ejercicio 3 utilizando el comando "interp1" con el parámetro "spline". ¿Observa alguna mejora en el error?

6) Encuentre la raíz del siguiente conjunto de datos. Para ello, primero calcule el polinomio interpolante por el método que prefiera y luego utilice un método de búsqueda de raíces.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
y	1,8421	2,4694	2,4921	1,9047	0,8509	-0,4112	-1,5727

7) Utilizando globos aeroestáticos, se relevó la densidad del aire en distintas alturas. Encuentre la densidad en Mendoza (900m) y a la altura del Cristo redentor (4km).

Altura [km]	0	3	6
Densidad [kg/m3]	1,225	0,905	0,652

8) (Problema de Estadística) En una encuesta sobre el peso de recién nacidos en un hospital se relevaron los siguientes resultados en libras: 4, 8, 4, 6, 8, 6, 7, 7, 7, 8, 10, 9, 7, 6, 10, 8, 5, 9, 6, 3, 7, 6, 4, 7, 6, 9, 7, 4, 7, 6, 8, 8, 9, 11, 8, 7, 10, 8, 5, 7, 7, 6, 5, 10, 8, 9, 7, 5, 6, 5.

Genere un **conjunto de clases** y determine la **frecuencia relativa** de cada clase. Encuentre el polinomio que mejor ajusta al polígono de frecuencias.

9) Se registró que el precio y la demanda de un producto varía según la siguiente tabla. Determine el polinomio que mejor ajusta a los datos. Determine la demanda para \$17.

Precio [\$]	10	15	20	22	24
Demanda [unidades]	235	221	185	181	173

10) Aproxime por mínimos cuadrados la siguiente tabla de datos

X	0	1	2	3	4	5
Y	0	1	2	2	2	2

Determine la cantidad mínima de funciones base $\{X^0, X^1, X^2, \dots, X^n\}$ que cumpla $\|\hat{Y} - Y\|_{\infty} < 0,1$
Grafique los datos y las diferentes aproximaciones en un sólo gráfico.

11) Aproxime los siguientes datos

X	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
Y	3,4	0,9398	0,4499	0,8905	1,4	1,49	1,05	0,3405	0,0

utilizando la base $\{1, \sin(X), \cos(X), \sin(2X), \cos(2X), \sin(3X), \cos(3X)\}$



12) Aproxime por mínimos cuadrados el ejercicio 4, con un polinomio de primer orden y uno de segundo orden. Compare los resultados con los obtenidos en el ejercicio 4.