

Elementos de Cálculo II

2. Espacio Euclídeo.

Para realizar este práctico se recomienda leer de las "Notas de clase" .

La sección Preliminar (pág 5 a 7), Espacio Vectorial (pág 7-8). El capítulo 2 "Espacio Euclídeo" : el plano \mathbb{R}^2 (pág 9 a 21, sin la sección 2.2.7 de Cambio de coordenadas), el espacio \mathbb{R}^3 ((pág 27 a 29 y 31 a 35, sin la sección 2.3.7 de Cambio de coordenadas). También pueden utilizar los apuntes y bibliografía utilizada en Introducción al Algebra Lineal.

Para los ejercicios 5 y 6 se enviarán textos adicionales.

1. ¿Cuáles de las siguientes son funciones de A en B ? Para aquellas que lo sean, y cuando sea posible, halle su inversa.

(a) $f = \{(x, y) \in A \times B, x = y^2\}$ donde $A = B = \mathbb{R}$

(b) $g = \{(x, y) \in A \times B, x = y^2\}$ donde $A = B = \mathbb{N}$

2. Dados los vectores $\bar{\mathbf{v}}_1 = (2, -1)$, $\bar{\mathbf{v}}_2 = (0, 5)$, $\bar{\mathbf{v}}_3 = (2, -4, 6)$, $\bar{\mathbf{v}}_4 = (-1, 4, 5)$,

(a) Representelos gráficamente en un sistema de ejes cartesianos, en \mathbb{R}^2 o \mathbb{R}^3 , según corresponda.

(b) Calcule, si es posible, las siguientes operaciones e interpretelas gráficamente.

$$\bar{\mathbf{v}}_1 + \bar{\mathbf{v}}_2, \quad -2\bar{\mathbf{v}}_3, \quad 2\bar{\mathbf{v}}_3 + 3\bar{\mathbf{v}}_4, \quad \bar{\mathbf{v}}_1 + \bar{\mathbf{v}}_4$$

(c) Calcule el producto punto $\bar{\mathbf{v}}_1 \cdot \bar{\mathbf{v}}_2$ y $\bar{\mathbf{v}}_3 \cdot \bar{\mathbf{v}}_2$

(d) Calcule los siguientes módulos

$$\|\bar{\mathbf{v}}_1\|, \quad \|\bar{\mathbf{v}}_1 - \bar{\mathbf{v}}_2\|$$

(e) Calcule el producto cruz $\bar{\mathbf{v}}_3 \times \bar{\mathbf{v}}_4$, $\bar{\mathbf{v}}_4 \times \bar{\mathbf{v}}_3$. Compare los últimos dos resultados obtenidos e interpretelos gráficamente.

(f) Encuentre el valor a para que el vector $\bar{\mathbf{v}} = (a, 7)$ sea ortogonal a $\bar{\mathbf{v}}_1$.

(g) Encuentre, si es posible, el valor a para que el vector $\bar{\mathbf{v}} = (a, 7, -1)$ sea ortogonal a $\bar{\mathbf{v}}_3$.

(h) Calcule el área del paralelogramo que tiene por lados los vectores $\bar{\mathbf{v}}_3$ y $\bar{\mathbf{v}}_4$.

3. Use notación paramétrica o vectorial para describir los puntos que están en las configuraciones dadas.

(a) La recta que pasa por $(1, -1)$ y es perpendicular a la recta $2x + y + 1 = 0$

(b) El plano generado por los vectores $\mathbf{v}_1 = (2, 7, 0)$ y $\mathbf{v}_2 = (0, 2, 7)$ que pasa por el origen de coordenadas..

(c) El plano que contiene al origen y es paralelo a $3x - 2y - 5z - 1 = 0$.

(d) El plano que contiene al punto $(-2, 3, 1)$ y es perpendicular a la recta $x = 3t$, $y = 2t$, $z = -2t$, $t \in \mathbb{R}$.

4. Muestre que no hay puntos (x, y, z) que satisfagan $2x - 3y + z - 2 = 0$ y que estén sobre la recta $L = (2, -2, -1) + t(1, 1, 1)$, $t \in \mathbb{R}$.

5. Grafique en el plano xy cada una de las siguientes cónicas.

i) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 1$

ii) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$,

iii) $y = (x - 1)^2 + 2$

iv) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$, indique las asíntotas

6. Grafique en el plano xyz cada una de las siguientes cuádricas.

$$\begin{array}{lll} \text{i)} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + z^2 = 1 & \text{iii)} -x^2 - y^2 + z^2 = 1 & \text{v)} z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \\ \text{ii)} x^2 + y^2 - z^2 = 1, & \text{iv)} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = z^2 & \text{vi)} z = \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} \end{array}$$

2020, FCEN, UNCuyo