Elementos de Cálculo II

4. Funciones $f : D \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$.

La bibliografía que utilizaremos para este tema es:

- Principal: Capítulo 3 de las Notas de clase.
- Complementarios: Sección 2.1 , Marsden-Tromba , "Cálculo vectorial", 5 ed. Perason Addison-Wesley.
- Complementarios: Sección 13.1 y 14.1. G. Thomas, "Cálculo. Varias variables." 11ed. Pearson Educación.

1. Evalue la función en los puntos indicados.
   (a) $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \ln \frac{x^2}{x^2+y^2}$, $\mathbf{x} = (5, -5)$
   (b) $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \frac{1}{x^2}\mathbf{i} + \frac{1}{y^2}\mathbf{j} + \frac{1}{z^2}\mathbf{k}$, $\mathbf{x} = \left(\sqrt{3}, \sqrt{2}, \sqrt{6}\right)$
   (c) $\mathbf{f}(t) = \frac{1}{t}\mathbf{i} + t\mathbf{j} + \sqrt{t}\mathbf{k}$, $t = 16$

2. Grafique las siguientes funciones del tipo $f : D \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

   i) $f(x) = \frac{4x}{x^2+1}$ ii) $f(x) = e^{x+1}$

3. Sean las funciones del tipo $f : D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.
   (a) Determine el dominio de las siguientes funciones escalares

   i) $h(x, y) = x^2 - y^2\sqrt{4+y}$ ii) $g(x, y) = \dfrac{y^2}{x^2+y}$

   (b) Determine las ecuaciones de las trazas (con los planos coordenados) y curvas de nivel de las funciones dadas. Grafique cada una de las funciones.

   i) $f(x, y) = \sqrt{x^2+y^2-1}$ ii) $f(x, y) = 9x^2 + 3y^2$

4. Sean las funciones del tipo $f : D \subset \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$.Determine y grafique el dominio de las siguientes funciones.

   i) $f(x, y, z) = \sqrt{x^2+y^2+z^2-16}$ ii) $f(x, y, z) = \dfrac{\sqrt{25-x^2-y^2}}{z-5}$

5. Sean las funciones del tipo $f : D \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}^m$.
   (a) Determine el dominio de la función vectoriales, $\mathbf{f} : D \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$,

   $$\mathbf{f}(t) = t^3\mathbf{i} + \log(1-t)\,\mathbf{j} + \sqrt{t}\mathbf{k}$$

   (b) Para cada una de las siguientes representaciones vectoriales, halle la expresión cartesiana y dibuje la curva $\mathbf{r}$.

   i) $\mathbf{r}(t) = (t-1)\,\mathbf{i} + (2t-1)\,\mathbf{j}$, $t \in \mathbb{R}$ ii) $\mathbf{r}(t) = (\cos t, sent, t)$, $t \in \mathbb{R}$

6. Halle la curva intersección de las siguientes superficies. Exprese la solución en forma paramétrica.

i) $\begin{cases} x+y-z=2 \\ x-y+z=1 \end{cases}$

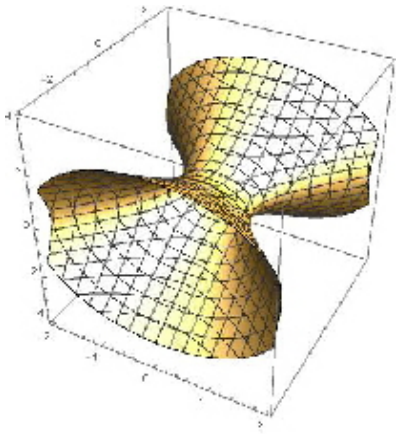
ii) $\begin{cases} z=6 \\ x^2+y^2=16 \end{cases}$

iii) $\begin{cases} z=x^2+y^2 \\ z=9-x^2-y^2 \end{cases}$

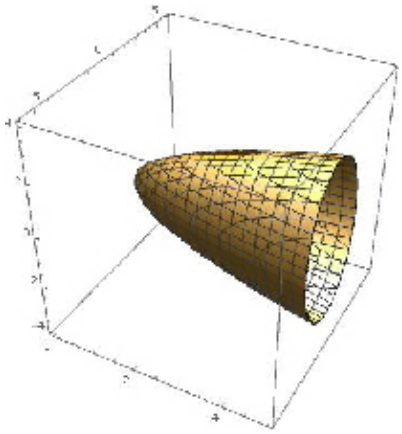
iv) $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=4 \\ x+y=2 \end{cases}$

7. Complete en cada caso.

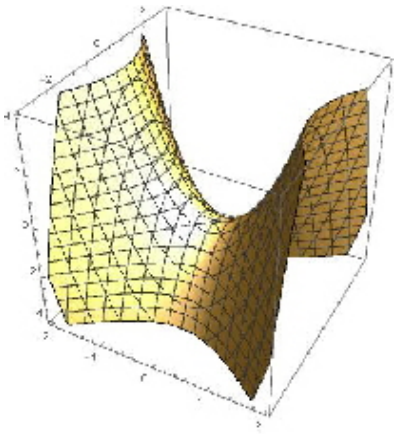
(a) Conecte la superficie $g(x,y,z)=1$ con el gráfico. Escriba O si no es ninguno de los gráficos.



I



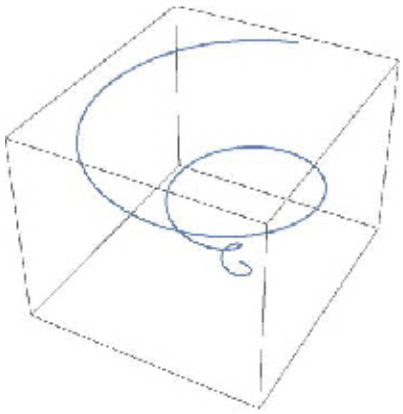
II



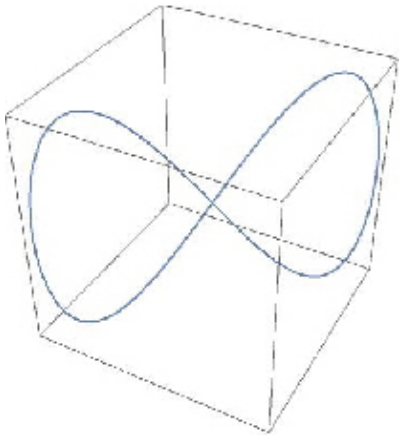
III

Función $g(x,y,z)$	Gráfico O,I,II,III
$2x-y^2-z^2$	
$2x^2-y^2+z^2$	
$2x-y$	
$2x^2-y^2-z$	

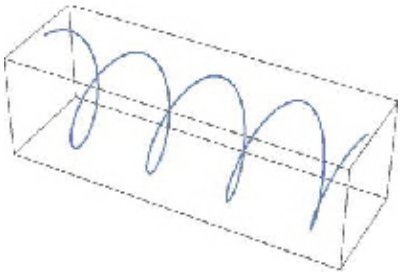
(b) Conecte el gráfico de la curva con su parametrización. Escriba O si no es ninguno de los gráficos.



I



II



III

Función $r\,(t)$	Gráfico O,I,II,III
$(t, sen4t, \cos 4t)$	
$(\cos t, \cos t, sen2t)$	
$(3t, 1-t, 5t)$	
$(tsent, t\cos t, t)$	

2020, FCEN, UNCuyo