

ASIGNATURA

Cálculo I

AÑO

2018

1. Indique Verdadero (V) o Falso (F) según corresponda. Justifique las respuestas Falsas.

Enunciado	V	F
Si $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = 0$ y $\lim_{x \rightarrow c} p(x) = 0$, entonces se tiene que $\lim_{x \rightarrow c} [p(x)]^{f(x)} = 0$.		
Dados $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow c} p(x) = \infty$ y $\lim_{x \rightarrow c} g(x) = 1$, las siguientes son formas indeterminadas de límites: $\lim_{x \rightarrow c} [g(x)]^{p(x)}$ y $\lim_{x \rightarrow c} [f(x) * p(x)]$.		
Una integral definida da como resultado una familia de funciones.		
La integral definida $\int_a^b f(x)dx$, siempre es igual al área delimitada por $f(x)$ y el eje x , y las rectas $x = a$ y $x = b$.		
Cuando f es integrable en el intervalo $[a, b]$, y $\exists c \in [a, b]$ se cumple que: $\int_a^b f(x)dx = \int_c^b f(x)dx + \int_a^c f(x)dx$		
Si f es una función <i>impar</i> , entonces $\int_{-a}^a f(x)dx = 2 \int_0^a f(x)dx$		
Si f es integrable en $[a, b]$ entonces el valor promedio de f en $[a, b]$ es: $prom(f) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx$		

2. Evalúe la expresión dada, indique la indeterminación que se produce y encuentre el límite aplicando la regla de L'Hôpital

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\cot g(x) - \frac{1}{x} \right]$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \text{sen}(x)}{x - \text{tan}(x)}$

c. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{\sqrt{x} - \sqrt{5}}$

d. $\lim_{\theta \rightarrow -\frac{\pi}{3}} \frac{3\theta + \pi}{\text{sen}\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)}$

e. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{tg}(2x)}{\ln(1+x)}$

3. Calcule las siguientes integrales, indicando él o los métodos utilizados para resolverlas

a. $\int (r^2 + r + 1) * e^{4r} dr$

b. $\int x * (\text{arc tg } x) dx$

c. $\int x^3 * \ln x dx$

d. $\int \text{sen} [\ln(x)] dx$

e. $\int \frac{5x-3}{x^2-2x-3} dx$

ASIGNATURA

Cálculo I

AÑO

2018

f. $\int_0^{\pi} \left[\text{sen}^2 \left(1 + \frac{\theta}{2} \right) \right]^{1/2} d\theta$

g. $\int_5^2 t * (t^2 + 1)^{1/2} dt$

h. $\int_0^{\pi/6} \text{sen}^3 \theta \cos \theta d\theta$

i. $\int_0^{\sqrt{5}} \sqrt{9 - x^2} * x dx$

j. $\int tg^2(x) * \text{sen}^2(x) dx$

k. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$

l. $\int_0^{\infty} e^{-x} dx$

m. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$

4. Teorema Fundamental del Cálculo Integral

- a. Utilice el Teorema Fundamental del Cálculo Integral Parte 2 para hallar la primera derivada $f'(x)$ de la siguiente función:

$$f(x) = \int_{\sqrt{x}}^{\sin x} t^2 dt$$

- b. Verifique el resultado obtenido anteriormente valiéndose del Teorema Fundamental del Cálculo Integral Parte 1 para hallar la integral contenida en $f(x)$ y luego derivando de la forma usual para hallar $f'(x)$.

5. Aplicaciones de las integrales

- a. Encontrar el área encerrada entre el eje x y las funciones $f(x) = \sqrt{x+3}$ y $g(x) = x-3$.
- b. Calcular el volumen de revolución de la curva $f(x) = \sqrt{x+2}$ en el intervalo entre $[2;6]$ alrededor del eje x . Indicar el método utilizado.
- c. Dada $f(x) = \text{sen}(x)$ en el intervalo $[0, \pi]$ encuentre el volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar la región alrededor de:

i. $x = -\frac{\pi}{2}$

ii. $x = \frac{3\pi}{2}$

Indique el método utilizado en cada caso.

- d. Dadas $f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = x^2$, dibuje el área entre ambas curvas y determine el volumen del sólido que se obtiene al hacer girar dicha área alrededor de:

i. $y = 2$

ASIGNATURA	Cálculo I	AÑO	2018
------------	-----------	-----	------

- ii. $y = -1$
- e. Encontrar la longitud de la curva plana dada por $f(x) = \sqrt{x^3}$ en el intervalo entre $[-2; 1]$.
- f. Dada la circunferencia de ecuación: $x^2 + y^2 = r^2$. Hallar:
 - i. El área del círculo.
 - ii. La longitud de la circunferencia.
 - iii. El área de la superficie de la esfera generada por la rotación de la curva alrededor del eje x .
 - iv. El volumen de dicha esfera.
- g. Considere la región acotada por el gráfico de la función $y = x \cos(x)$ y el eje x para $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$.
 - i. Plantee una integral que permita calcular el volumen del sólido obtenido al hacer girar la región alrededor del eje x e indique el método utilizado.
 - ii. Plantee una integral que permita calcular el volumen del sólido obtenido al hacer girar la región alrededor del eje y e indique el método utilizado.