UNCUYO UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO	EJERCITACIÓN REPASO 3º PARCIAL		FCEN FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES Naturaleza - Ciencia - Humanismo
ASIGNATURA	Cálculo I	**AÑO**	2018

1. **Indique Verdadero (V) o Falso (F) según corresponda. Justifique las respuestas Falsas.**

Enunciado	**V**	**F**
Si $\lim_{x \to c} f(x) = 0$ y $\lim_{x \to c} p(x) = 0$, entonces se tiene que $\lim_{x \to c}[p(x)]^{f(x)} = 0$.		
Dados $\lim_{x \to c} f(x) = 0$, $\lim_{x \to c} p(x) = \infty$ y $\lim_{x \to c} g(x) = 1$, las siguientes son formas indeterminadas de límites: $\lim_{x \to c}[g(x)]^{p(x)}$ y $\lim_{x \to c}[f(x) * p(x)]$.		
Una integral definida da como resultado una familia de funciones.		
La integral definida $\int_a^b f(x)dx$, siempre es igual al área delimitada por $f(x)$ y el eje x, y las rectas $x = a$ y $x = b$.		
Cuando f es integrable en el intervalo $[a, b]$, y $\exists\, c \in [a, b]$ se cumple que: $$\int_a^b f(x)dx = \int_c^b f(x)dx + \int_a^c f(x)dx$$		
Si f es una función *impar*, entonces $\int_{-a}^a f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$		
Si f es integrable en $[a, b]$ entonces el **valor promedio** de f en $[a, b]$ es: $$prom(f) = \frac{1}{2}\int_a^b f(x)dx$$		

2. **Evalúe la expresión dada, indique la indeterminación que se produce y encuentre el límite <u>aplicando la regla de L'Hôpital</u>**

   a. $\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos(x)}{x+x^2}$
   b. $\lim_{x \to 0} \left[cosec(x) - \frac{1}{x}\right]$
   c. $\lim_{x \to 5} \frac{x^2-25}{\sqrt{x}-\sqrt{5}}$
   d. $\lim_{\theta \to \frac{-\pi}{3}} \frac{3\theta+\pi}{sen\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)}$
   e. $\lim_{x \to 0} \frac{tg\,(2x)}{\ln(1+x)}$

3. **Calcule las siguientes integrales, indicando él o los métodos utilizados para resolverlas**

   a. $\int (r^2 + r + 1) * e^{4r} dr$
   b. $\int x^3 * \ln x \, dx$
   c. $\int \frac{sen\, x}{\cos^2 x} dx$
   d. $\int \frac{e^{\sqrt{x}}-3}{\sqrt{x}} dx$
   e. $\int_5^2 t * (t^2 + 1)^{1/2} dt$
   f. $\int_0^{\sqrt{5}} \sqrt{9 - x^2} * x \; dx$
   g. $\int tg^2(x) * sen^2(x) dx$
   h. $\int_0^1 \frac{1}{x-1} dx$
   i. $\int_0^{\infty} e^{-x} dx$
   j. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$

4. **Teorema Fundamental del Cálculo Integral**

   a. Utilice el Teorema Fundamental del Cálculo Integral Parte 2 para hallar la primera derivada f '(x) de la siguiente función:

$$f(x) = \int_0^{\sin x} t^2 dt$$

   b. Verifique el resultado obtenido anteriormente valiéndose del Teorema Fundamental del Cálculo Integral Parte 1 para hallar la integral contenida en $f(x)$ y luego derivando de la forma usual para hallar $f\,'(x)$.

5. Aplicaciones de las integrales

a. Dada la región encerrada entre el eje x y las funciones $f(x) = \sqrt{x+3}$ y $g(x) = x - 3$. Plantee una integral que permita calcular el área: i. Respecto de x; ii. Respecto de y; iii. Obtenga los valores del área en cada caso y verifique que sean iguales.

b. Calcular el volumen de revolución de la curva $f(x) = \sqrt{x+2}$ en el intervalo entre [2;6] alrededor del eje x. Indicar el método utilizado.

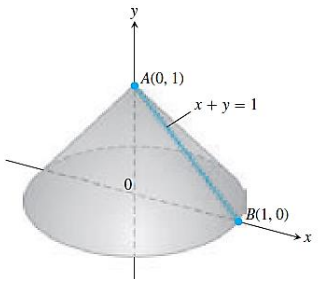
c. Dada $f(x) = sen(x)$ en el intervalo $[0, \pi]$ encuentre el volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar la región alrededor de: i. $x = -\frac{\pi}{2}$; ii. $x = \frac{3\pi}{2}$

Indique el método utilizado en cada caso.

d. Dadas $f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = x^2$, dibuje el área entre ambas curvas y determine el volumen del sólido que se obtiene al hacer girar dicha área alrededor de: i. $y = 2$; ii. $y = -1$

e. Encontrar la longitud de la curva plana dada por $f(x) = \sqrt{x^3}$ en el intervalo entre [-2; 1].

f. El segmento de recta $x = 1 - y, 0 \leq y \leq 1$ se hace girar alrededor del eje y para generar el cono de la figura. Determine el área de su superficie lateral (la cual excluye el área de la base).



g. Determine el área de cada superficie generada al hacer girar la curva alrededor del eje indicado.

- $y = \frac{x^3}{9}$, $0 \leq x \leq 2$; eje x
- $y = \sqrt{2x - x^2}$, $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$; eje x
- $x = \frac{y^3}{3}$, $0 \leq y \leq 1$; eje y
- $x = 2\sqrt{4 - y}$, $0 \leq y \leq 15/4$; eje y

6. Ecuaciones diferenciales

a. Comprobar que $s(t) = \frac{t^4}{16}$, es una solución de la ecuación diferencial: $s`(t) = t\,\sqrt{s(t)}$.

b. Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales aplicando el método que le resulte conveniente y considerando en los casos que corresponda las condiciones iniciales:

- $y' - 2y = 3e^{2x}; y(0) = 0$
- $2xy' + y = 10\sqrt{x}$
- $\frac{dy}{dx} + ycot\,(x) = \cos(x)$
- $\frac{dy}{dx} = (1 - y)\cos(x); y(\pi) = 2$
- $y' = 3y^2 \ln x$