1	2	3	4	5	Calificación

Introducción al Álgebra Lineal

Examen Final

20/12/2013

APELLIDO Y NOMBRE:

Indicaciones:

- Resuelva cada ejercicio en hojas separadas y coloque su nombre y apellido en cada una de ellas.
- Justifique todas sus respuestas.

Ejercicio 1.

(a) (5p.) Definir producto de matrices.

(b) (10p.) Sean m, n, r, l números naturales y sean $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times l}$ y $C \in \mathbb{R}^{l \times r}$. Demostrar que $(AB)C = A(BC)$.

Ejercicio 2. (20p.) Sea $\mathbb{V}$ un espacio vectorial de dimensión finita y sean S y T subespacios de $\mathbb{V}$. Demostrar que

$$\dim(S + T) = \dim(S) + \dim(T) - \dim(S \cap T).$$

Ejercicio 3. (15p.) Sea $\mathbb{V}$ un espacio vectorial y sea $f : \mathbb{V} \rightarrow \mathbb{V}$ una transformación lineal. Demostrar que f es diagonalizable si y sólo si existe una base B de $\mathbb{V}$ formada por autovectores de f .

Ejercicio 4. Sea $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ una base de $\mathbb{R}^4$. Sea $k \in \mathbb{R}$ y sea

$$S_k = \text{Gen}(\{v_1 - v_2, v_1 + v_3 + v_4, 2v_1 + v_2 + 3v_3 + kv_4\}).$$

(a) (10p.) Hallar todos los valores de $k \in \mathbb{R}$ tales que el conjunto

$$A = \{v_1 - v_2, v_1 + v_3 + v_4, 2v_1 + v_2 + 3v_3 + kv_4\}$$

sea linealmente independiente.

(b) (15p.) Para cada valor de $k \in \mathbb{R}$, calcular $\dim(S_k)$.

Ejercicio 5. (25p.) Sea $B = \{(1, 0, 1), (0, 1, 1), (0, 0, 1)\}$ y sea $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la transformación lineal tal que $M_{BB}(f) = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$. Decidir si f es diagonalizable y en caso afirmativo encontrar una base B' de $\mathbb{R}^3$ tal que $M_{B'B'}(f)$ sea diagonal.

Cantidad de hojas (a completar por el docente)

1	2	3	4	5