1	2	3	4	5	Calificación

Introducción al Álgebra Lineal

Examen Final

04/12/2014

Apellido y Nombre:

Indicaciones:

- Resuelva cada ejercicio en hojas separadas y coloque su nombre y apellido en cada una de ellas.
- Justifique todas sus respuestas.

Ejercicio 1. (*30p.*) Sea $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ una base de $\mathbb{R}^4$ y sea $B' = \{w_1, w_2, w_3\}$ una base de $\mathbb{R}^3$. Sea $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal tal que

$$M_{BB'}(f) = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

(*a*) Calcular $f(v_1 - 2v_3)$.

(*b*) Hallar una base de $\mathrm{Nu}(f)$ y una base de $\mathrm{Im}(f)$.

(*c*) Calcular $f^{-1}(\{w_1\})$.

Ejercicio 2. (*20p.*) Sea $k \in \mathbb{R}$ y sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ k & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Se sabe que -2 es un autovalor de la matriz A. Decidir si A es diagonalizable.

Ejercicio 3. (*15p.*) Sea $\mathbb{V}$ un espacio vectorial y sean S y T subespacios de $\mathbb{V}$. Demostrar que $\mathbb{V} = S \oplus T$ si y sólo si para todo $v \in \mathbb{V}$ existen únicos $s \in S$ y $t \in T$ tales que $v = s + t$.

Ejercicio 4. (*15p.*) Sea $\mathbb{V}$ un espacio vectorial de dimensión n y sea B una base de $\mathbb{V}$. Sea $f : \mathbb{V} \to \mathbb{R}^n$ definida por $f(v) = [v]_B$.

(*a*) Demostrar que f es una transformación lineal.

(*b*) Demostrar que f es un isomorfismo.

Ejercicio 5. (*20p.*) Evaluación oral.

Cantidad de hojas (*a completar por el docente*)

1	2	3	4	5