1	2	3	4	5	6	Calificación

Introducción al Álgebra Lineal

Examen Final

04/12/2014

Apellido y Nombre:

Indicaciones:

- Resuelva cada ejercicio en hojas separadas y coloque su nombre y apellido en cada una de ellas.
- Justifique todas sus respuestas.

Importante:
Para aprobar el examen se debe obtener al menos el 60 % del puntaje en cada una de las dos partes del examen.

Parte práctica

Ejercicio 1. (*10p.*) Sea $k \in \mathbb{R}$. Sea L la recta de ecuación paramétrica $X = t(k^2+1, k, k+7)$, $t \in \mathbb{R}$ y sea Π el plano de ecuación $x + 2y - 3z = 2$. Determinar todos los valores de k para los cuales $L \cap \Pi = \varnothing$.

Ejercicio 2. (*24p.*) Sea $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ una base de $\mathbb{R}^4$ y sea $B' = \{w_1, w_2, w_3\}$ una base de $\mathbb{R}^3$. Sea $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal tal que

$$M_{BB'}(f) = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} .$$

(a) Calcular $f(v_1 - 2v_3)$.

(b) Hallar una base de $\mathrm{Nu}(f)$ y una base de $\mathrm{Im}(f)$.

(c) Calcular $f^{-1}(\{w_1\})$.

Ejercicio 3. (*16p.*) Sea $k \in \mathbb{R}$ y sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ k & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Se sabe que -2 es un autovalor de la matriz A. Decidir si A es diagonalizable.

Parte teórica

Ejercicio 4. (*15p.*) Sea $\mathbb{V}$ un espacio vectorial y sean S y T subespacios de $\mathbb{V}$. Demostrar que $\mathbb{V} = S \oplus T$ si y sólo si para todo $v \in \mathbb{V}$ existen únicos $s \in S$ y $t \in T$ tales que $v = s + t$.

Ejercicio 5. (*15p.*) Sea $\mathbb{V}$ un espacio vectorial de dimensión n y sea B una base de $\mathbb{V}$. Sea $f : \mathbb{V} \to \mathbb{R}^n$ definida por $f(v) = [v]_B$.

(a) Demostrar que f es una transformación lineal.

(b) Demostrar que f es un isomorfismo.

Ejercicio 6. (*20p.*) Evaluación oral.

Cantidad de hojas (*a completar por el docente*)

1	2	3	4	5