1	2	3	4	5	6	Calificación

Introducción al Álgebra Lineal

Examen Final

18/12/2014

Apellido y Nombre:

Indicaciones:

- Resuelva cada ejercicio en hojas separadas y coloque su nombre y apellido en cada una de ellas.
- Justifique todas sus respuestas.

Importante:
Para aprobar el examen se debe obtener al menos el 60 % del puntaje en cada una de las dos partes del examen.

Parte práctica

Ejercicio 1. (*10p.*) Sea $k \in \mathbb{R}$. Sea L la recta de ecuación paramétrica $X = t(k^2+1, k, k+7)$, $t \in \mathbb{R}$ y sea Π el plano de ecuación $x + 2y - 3z = 2$. Determinar todos los valores de k para los cuales $L \cap \Pi = \varnothing$.

Ejercicio 2. (*20p.*) Sea $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ una base de $\mathbb{R}^3$ y sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal tal que

$$M_{BB}(f) = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} .$$

(a) Hallar todos los valores de $a \in \mathbb{R}$ tales que $2a^2v_1 + 2v_2 + 3av_3 \in \mathrm{Im}(f)$.

(b) Calcular $f^{-1}(\{4v_1 + v_2 + 3v_3\})$.

Ejercicio 3. (*20p.*) Sea $B = \{(1,-1,0), (0,0,1), (-3,2,1)\}$ y sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal tal que $M_{BE}(f) = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -6 \\ -2 & -4 & 4 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$. Decidir si f es diagonalizable y en caso afirmativo encontrar una base B' de $\mathbb{R}^3$ tal que $M_{B'B'}(f)$ sea diagonal.

Parte teórica

Ejercicio 4. (*15p.*)

(a) Sea $\mathbb{V}$ un espacio vectorial y sean S y T subespacios de $\mathbb{V}$ tales que $S \subseteq T$ y $\dim S = \dim T$. Demostrar que $S = T$.

(b) Decidir si la siguiente afirmación es verdadera o falsa y justificar.

"Si $\mathbb{V}$ es un espacio vectorial de dimensión finita y A y B son subconjuntos linealmente independientes de vectores de $\mathbb{V}$ tales que $\text{Gen}(A) = \text{Gen}(B)$ entonces $A = B$."

Ejercicio 5. (*15p.*) Sea $n \in \mathbb{N}$ y sea $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$.

(a) Demostrar que si v es autovector de A entonces v es autovector de A^2.

(b) Demostrar que si A es diagonalizable entonces A^2 es diagonalizable.

Ejercicio 6. (*20p.*) Evaluación oral.

Cantidad de hojas (*a completar por el docente*)

1	2	3	4	5