1	2	3	4	5	Calificación

Introducción al Álgebra Lineal

Examen Final

27/02/2014

APELLIDO Y NOMBRE:

Indicaciones:

- Resuelva cada ejercicio en hojas separadas y coloque su nombre y apellido en cada una de ellas.
- Justifique todas sus respuestas.

Ejercicio 1. (*15p.*) Sea S un sistema de ecuaciones lineales. Demostrar que S cumple alguna de las tres proposiciones siguientes:

- S tiene solución única.
- S tiene infinitas soluciones.
- S no tiene solución.

Ejercicio 2. (*15p.*) Sea $\mathbb{V}$ un espacio vectorial de dimensión finita y sean S y T subespacios de $\mathbb{V}$. Demostrar que

$$\dim(S+T) = \dim(S) + \dim(T) - \dim(S \cap T).$$

Ejercicio 3. (*15p.*) Sea $\mathbb{V}$ un espacio vectorial y sea $f : \mathbb{V} \to \mathbb{V}$ una transformación lineal. Demostrar que f es diagonalizable si y sólo si existe una base B de $\mathbb{V}$ formada por autovectores de f.

Ejercicio 4. Sea $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ una base de $\mathbb{R}^3$ y sea $B' = \{v_1 + v_2, -v_1 + v_2 + v_3, 2v_1 + v_2 - v_3\}$. Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que $M_{BB}(f) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 5 & 1 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

(a) (*10p.*) Demostrar que B' es base de $\mathbb{R}^3$.

(b) (*5p.*) Calcular $f(2v_1 + v_2 - 3v_3)$.

(c) (*10p.*) Hallar $M_{B'B}(f)$.

Ejercicio 5.

(a) (*15p.*) Hallar la expresión de una transformación lineal $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ que verifique simultáneamente que $\mathrm{Im}(f) = \mathrm{Gen}\{(1, -1, 0)\}$ y que 3 sea autovalor de f. Verificar que la transformación lineal f hallada cumpla las condiciones pedidas.

(b) (*10p.*) Hallar los autovalores de la transformación lineal f hallada en el ítem anterior.

(c) (*5p.*) Para la transformación lineal f hallada en ítem (a) calcular $\dim(\mathrm{Nu}(f))$.

Cantidad de hojas (*a completar por el docente*)

1	2	3	4	5