1	2	3	4	5	6	Calificación

Introducción al Álgebra Lineal

Examen Final Libre

27/02/2014

Apellido y Nombre:

Indicaciones:

- Resuelva cada ejercicio en hojas separadas y coloque su nombre y apellido en cada una de ellas.
- Justifique todas sus respuestas.

Importante:
Para aprobar el examen se debe obtener al menos el 60 % del puntaje en cada una de las dos partes del examen.

Parte práctica

Ejercicio 1. (*15p.*) Hallar todos los valores de $a \in \mathbb{R}$ tales que el sistema

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + ax_3 = 2 \\ x_2 + ax_3 = -1 \\ 2x_1 + ax_2 + 5x_3 = -2a - 3 \\ 3x_1 - x_2 + 5ax_3 = 4 \end{cases}$$

- tenga solución única
- tenga infinitas soluciones
- no tenga solución

Ejercicio 2. (*15p.*) Sean $S = \text{Gen}(\{(1, 1, 0, 1), (1, 2, 1, 3)\})$ y $T = \text{Gen}(\{(1, -2, -3, -5), (3, 1, 0, 1)\})$. Hallar una base y la dimensión de $S \cap T$.

Ejercicio 3. Sea $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ una base de $\mathbb{R}^3$ y sea $B' = \{v_1 + v_2, -v_1 + v_2 + v_3, 2v_1 + v_2 - v_3\}$. Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que $M_{BB}(f) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 5 & 1 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

(*a*) (*10p.*) Demostrar que B' es base de $\mathbb{R}^3$.

(*b*) (*3p.*) Calcular $f(2v_1 + v_2 - 3v_3)$.

(*c*) (*12p.*) Hallar $M_{B'B'}(f)$.

Parte teórica

Ejercicio 4. (*15p.*) Sea S un sistema de ecuaciones lineales. Demostrar que S cumple alguna de las tres proposiciones siguientes:

- S tiene solución única.
- S tiene infinitas soluciones.
- S no tiene solución.

Ejercicio 5. (*15p.*) Sea $\mathbb{V}$ un espacio vectorial de dimensión finita y sean S y T subespacios de $\mathbb{V}$. Demostrar que

$$\dim(S+T) = \dim(S) + \dim(T) - \dim(S \cap T).$$

Ejercicio 6. (*15p.*) Sea $\mathbb{V}$ un espacio vectorial y sea $f : \mathbb{V} \to \mathbb{V}$ una transformación lineal. Demostrar que f es diagonalizable si y sólo si existe una base B de $\mathbb{V}$ formada por autovectores de f.

Cantidad de hojas (*a completar por el docente*)

1	2	3	4	5	6