1	2	3	4	5	Calificación

Introducción al Álgebra Lineal

Examen Final

12/02/2015

Apellido y Nombre:

Indicaciones:

- Resuelva cada ejercicio en hojas separadas y coloque su nombre y apellido en cada una de ellas.
- Justifique todas sus respuestas.

Ejercicio 1. (*20p.*) Sea $S = \{x \in \mathbb{R}^4 \,/\, x_1 + x_2 = 3x_3 + x_4 = x_2 - x_3\}$.

(a) Demostrar que S es subespacio de $\mathbb{R}^4$.

(b) Hallar la expresión de una transformación lineal $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ tal que $\mathrm{Nu} f = \mathrm{Im} f = S$.

Ejercicio 2. (*20p.*) Sean $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ y $B' = \{v_1 + v_2, v_3, -v_1 - 2v_2\}$ bases de $\mathbb{R}^3$ y sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal tal que $M_{BB'}(f) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 4 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

(a) Hallar los autovalores de f.

(b) ¿Es f diagonalizable?

Ejercicio 3. (*20p.*) Sea $\mathbb{V}$ un espacio vectorial y sea B una base de $\mathbb{V}$. Sea $f : \mathbb{V} \to \mathbb{V}$ una transformación lineal. Demostrar que f es un isomorfismo si y sólo si la matriz $M_{BB}(f)$ es inversible.

Ejercicio 4. Sea $B = \{u, v, w\}$ una base de $\mathbb{R}^3$ y sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definida por

$$f(x) = (\langle u, x\rangle, \langle v, x\rangle, \langle w, x\rangle) \ .$$

(a) (*8p.*) Probar que f es una transformación lineal.

(b) (*12p.*) Probar que f es un isomorfismo.

Ejercicio 5. (*20p.*) Evaluación oral.

Cantidad de hojas (*a completar por el docente*)

1	2	3	4	5