1	2	3	4	5	Calificación

Introducción al Álgebra Lineal

Examen Final

26/02/2015

Apellido y Nombre:

Indicaciones:

- Resuelva cada ejercicio en hojas separadas y coloque su nombre y apellido en cada una de ellas.
- Justifique todas sus respuestas.

Ejercicio 1. (*20p.*) Sea L la recta de ecuación paramétrica $X = t(2,4,-3)+(6,6,-3)$, $t \in \mathbb{R}$ y sea L' la recta de ecuación paramétrica $X = t(1,-1,0)+(0,4,-2)$, $t \in \mathbb{R}$.

(a) Hallar dos puntos P y Q tales que $P \in L$, $Q \in L'$ y tales que el segmento $\overline{PQ}$ sea perpendicular tanto a L como a L'.

(b) Demostrar que para todos $A \in L$, $B \in L'$ vale que $\langle A - B, P - Q\rangle = \|P - Q\|^2$.

Ejercicio 2. (*20p.*) Sean $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ y $B' = \{v_1 + v_2, v_3, -v_1 - 2v_2\}$ bases de $\mathbb{R}^3$ y sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal tal que $M_{BB'}(f) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 4 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

(a) Hallar los autovalores de f.

(b) ¿Es f diagonalizable?

Ejercicio 3. (*20p.*) Sea $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ una matriz con autovalores 1, 2 y 5. Calcular $\det(A)$.

Ejercicio 4. (*20p.*) Sea $\mathbb{V}$ un espacio vectorial de dimensión n y sea B una base de $\mathbb{V}$. Sea $f : \mathbb{V} \to \mathbb{R}^n$ definida por $f(v) = [v]_B$.

(a) Demostrar que f es una transformación lineal.

(b) Sean $w_1, w_2, \dots, w_m \in \mathbb{V}$. Demostrar que $\{w_1, w_2, \dots, w_m\}$ es linealmente independiente si y sólo si $\{[w_1]_B, [w_2]_B, \dots, [w_m]_B\}$ es linealmente independiente.

Ejercicio 5. (*20p.*) Evaluación oral.

Cantidad de hojas (*a completar por el docente*)

1	2	3	4