1	2	3	4	5	6	7	8	Calificación

Introducción al Álgebra Lineal

Examen Final Libre

28/02/2013

Apellido y Nombre:

Indicaciones:

- Resuelva cada ejercicio en hojas separadas y coloque su nombre y apellido en cada una de ellas.
- Justifique todas sus respuestas.

Importante:
Para aprobar el examen se debe obtener al menos el 60 % del puntaje en cada una de las dos partes del examen.

Parte práctica

Ejercicio 1. (*10p.*) Sea Π el plano de ecuación $2x - 3y + z = 6$. Sea L la recta de ecuación paramétrica $L: \; X = t(1,2,0) + (2,1,1) \; , \; t \in \mathbb{R}$. Hallar la ecuación paramétrica de una recta L' contenida en el plano Π que sea perpendicular a la recta L.

Ejercicio 2. (*10p.*) Hallar todos los valores de $a \in \mathbb{R}$ tales que el sistema

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1 \\ \quad\quad\; ax_2 + 2x_3 = 2 \\ 2x_1 - 6x_2 + ax_3 = 2 \end{cases}$$

- tenga solución única
- tenga infinitas soluciones
- no tenga solución

Ejercicio 3. (*10p.*) Sea $\mathbb{V}$ un espacio vectorial. Sean $u, v, w \in \mathbb{V}$ tales que el conjunto $\{u, v, w\}$ es linealmente independiente.
Hallar todos los valores de $k \in \mathbb{R}$ tales que el conjunto $\{u - 3w \; , \; u + v - 2w \; , \; -u + 2v + kw\}$ sea linealmente independiente.

Ejercicio 4. (*20p.*) Sean $\mathbb{S} = \{x \in \mathbb{R}^4 \,/\, x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = 0\}$ y $\mathbb{T} = \{x \in \mathbb{R}^4 \,/\, x_1 - x_3 = 0\}$. Hallar un subespacio $\mathbb{W} \subseteq \mathbb{R}^4$ que verifique simultáneamente que $\mathbb{W} \subseteq \mathbb{T}$, $\dim(\mathbb{W} \cap \mathbb{S}) = 1$ y $\mathbb{W} + \mathbb{S} = \mathbb{R}^4$. Verificar que el subespacio $\mathbb{W}$ hallado cumpla las condiciones pedidas.

Parte teórica

Ejercicio 5. (*8p.*) Sea $n \in \mathbb{N}$ y sean $v, w \in \mathbb{R}^n$. Demostrar que $|\langle v, w\rangle| \leq \|v\|\|w\|$.

Ejercicio 6.

(*a*) (*3p.*) Definir matriz adjunta.

(*b*) (*14p.*)Sea $n \in \mathbb{N}$ y sea $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$. Demostrar que $A.\operatorname{Adj}(A) = \det(A).\, I = \operatorname{Adj}(A).\, A$.

Ejercicio 7. (*13p.*) Sea $\mathbb{V}$ un espacio vectorial de dimensión finita y sean S y T subespacios de $\mathbb{V}$. Demostrar que

$$\dim(S+T) = \dim(S) + \dim(T) - \dim(S \cap T).$$

Ejercicio 8. (*12p.*) Sean $\mathbb{V}$ y $\mathbb{W}$ espacios vectoriales y sea $f : \mathbb{V} \to \mathbb{W}$ una transformación lineal. Sea B una base de $\mathbb{V}$ y sea B' una base de $\mathbb{W}$. Demostrar que para todo $v \in \mathbb{V}$ vale que

$$M_{BB'}(f).\, ([v]_B)^t = ([f(v)]_{B'})^t.$$

Cantidad de hojas (*a completar por el docente*)

1	2	3	4	5	6	7	8