Las mediciones en la física – Primera Parte

1) La medición

La medida y la medición como proceso de cuantificar nuestra experiencia, son tan habituales en nuestra vida que apenas nos damos cuenta de ello. Pesamos y medimos a los niños cuando nacen, se mide en todos los deportes. Nuestra sociedad es una sociedad sincronizada gracias a que podemos medir el tiempo y son muy pocas las cosas que podemos hacer sin un proceso de medición.

La medida esta íntimamente unida a la experimentación científica. De hecho, con el perfeccionamiento de la medición, se desarrolla el método experimental, que tanto ha influido en la evolución de nuestra sociedad. El científico escocés Lord Kelvin dijo al respecto:

"Cuando uno puede medir aquello de lo que está hablando y expresarlo en números, sabe algo acerca de ello; pero cuando no puede medirlo, cuando no puede expresarlo en números, su conocimiento es escaso e insatisfactorio: podrá ser un principio de conocimiento, pero escasamente ha avanzado a una etapa de ciencia."

Sin llegar a la rigidez de esta afirmación, las mediciones constituyen uno de los componentes básicos de la experimentación. No se alcanza un nivel satisfactorio de competencia en la experimentación sin un conocimiento de la naturaleza de la medición y lo que significa el enunciado de las mediciones.

Es nuestra intención proporcionar una introducción al tema de la medida y al proceso de medición, así como, a la experimentación en general. El logro de tan amplio objetivo con nuestros experimentos elementales, dependerá de la actitud con que los abordemos.

1.1 Mediciones en Física

Las leyes de las ciencias experimentales se expresan en término de cantidades físicas, tales como:

- La fuerza
- La temperatura
- La velocidad
- La densidad
- El campo magnético
- La carga

entre muchas otras. Estas cantidades físicas requieren de una definición clara, y de un método para medirlas.

La medición, en si, es una técnica por medio de la cual se asigna un número a una cantidad física, a través de la comparación entre la cantidad considerada, y otra de la misma especie elegida como unidad de medida o, patrón.

1.2 Métodos de medición

En el laboratorio se suele clasificar los métodos de medición en tres tipos:

Método directo: Se compara, directamente la cantidad a medir con el patrón. Ejemplo: la medida de una masa realizada con una balanza. En este caso se compara la masa que se quiere medir con una masa conocida.

Con aparatos calibrados: Se establece, por calibración, una relación entre una escala graduada y un patrón de medida. Para comparar se mide la posición en la escala. Ejemplo: al medir la temperatura del cuerpo con un termómetro, se lee en la escala graduada del termómetro. El termómetro indica la temperatura del cuerpo que se encuentra en contacto con él.

Método indirecto: Se establece el valor de la cantidad a medir, mediante la medida de otras cantidades, las cuales están relacionadas con ella mediante una definición o una teoría. Ejemplo: para medir la densidad de un cuerpo, se mide su masa y su volumen y operando matemáticamente con estas cantidades se determina la densidad.

2) Errores

Todas las cantidades físicas se miden, inevitablemente, con algún grado de incertidumbre, generada por las imperfecciones de los instrumentos de medida, por fluctuaciones estadísticas incontroladas durante el proceso de medición, o por a las limitaciones de nuestros sentidos. Por lo tanto, los resultados de las medidas nunca se corresponden con los valores reales de las magnitudes a medir, sino que, en mayor o menor extensión, son defectuosos, es decir, están afectados de error. Las causas que motivan tales desviaciones pueden ser debidas al observador, al aparato o incluso a las propias características del proceso de medida. Un ejemplo de error debido al observador es el llamado error de paralaje que se presenta cuando la medida se efectúa mediante la lectura sobre una escala graduada. La situación del observador respecto de dicha escala influye en la posición de la aguja indicadora según sea vista por el observador. Por ello para evitar este tipo de error es preciso situarse en línea con la aguja, pero perpendicularmente al plano de la escala. Otros errores debidos al observador pueden introducirse por descuido de éste, por defectos visuales, etc.

Son, asimismo, frecuentes los errores debidos al aparato de medida. Tal es el caso del llamado error del cero. El uso sucesivo de un aparato tan sencillo como una báscula de baño hace que al cabo de un cierto tiempo en ausencia de peso alguno la aguja no señale el cero de la escala. Para evitar este tipo de error los fabricantes incluyen un tornillo o rueda que permite corregirlo al iniciar cada medida. Variaciones en las condiciones de medida debidas a alteraciones ambientales, como pueden ser cambios de presión o de temperatura o a las propias características del proceso de medida constituyen otras posibles fuentes de error. La interacción entre el sistema físico y el aparato de medida constituye la base del proceso de medida; pero dicha interacción perturba en cierto grado las condiciones en las que se encontraba el sistema antes de la medida.

Así, cuando se desea medir la tensión eléctrica existente entre dos puntos de un circuito con un voltímetro, una parte de la corriente se desvía por el aparato de medida, con lo que el sistema a medir queda ligeramente perturbado. De igual modo, al medir una temperatura con un termómetro se está provocando una cesión o absorción de calor entre termómetro y sistema hasta que se alcanza el equilibrio térmico entre ambos. En un cierto grado, el valor de la temperatura a medir se ha visto modificado al hacer intervenir el aparato de medida. En el ámbito de la física microscópica tal perturbación, cuando existe, es controlable y puede reducirse hasta considerarse despreciable mediante un diseño adecuado del aparato de medida.

Por todo lo dicho, las cantidades físicas no se pueden expresar como un número real; sino como un intervalo.

Así, por ejemplo, al medir una longitud L directamente con una regla, se encuentra que es igual a 12.3 cm; pero, ¿podemos asegurar que ese es exactamente el valor de la longitud? Debido a nuestras limitaciones visuales es imposible decir precisamente donde cae el final del objeto sobre la regla; es entonces conveniente dar un ***intervalo*** dentro del cual podemos asegurar que se encuentra la longitud.
Para determinar ese intervalo debemos preguntarnos cuales son los valores máximo y mínimo que puede tener esa longitud. Supongamos que en el ejemplo anterior se determinó que la longitud L está con toda seguridad entre 12.25 cm y 12.35 cm, este resultado se expresa de la siguiente manera:

$L = (12.30 \pm 0.05)$ cm

Lo cual muestra que al sumar o restar 0.05 cm al valor central 12.30 cm, obtenemos los valores límites o fronteras del intervalo.

2.1 Error absoluto y error relativo

Como consecuencia de la existencia de diferentes fuentes de error, el científico se plantea hasta qué punto o en qué grado los resultados obtenidos son fiables, esto es, dignos de confianza. Por ello, al resultado de una medida se le asocia un valor complementario que indica la calidad de la medida o su grado de precisión. Los errores o imprecisiones en los resultados se expresan matemáticamente bajo dos formas que se denominan error absoluto y error relativo. Se define el error absoluto ΔE, como la diferencia entre el resultado de la medida M y el verdadero valor m_0 de la magnitud a medir

$\Delta E = M - m_0$

El error relativo E_r es el cociente entre el error absoluto ΔE y el verdadero valor. Cuando se expresa en tanto por ciento su expresión es

$E_r(\%) = \Delta E.100/m_0$

En sentido estricto tales definiciones son únicamente aplicables cuando se refieren no a medidas físicas propiamente, sino a operaciones matemáticas, ya que el valor exacto de una magnitud no es accesible. Por ello, con frecuencia se prefiere hablar de incertidumbres en lugar de errores. En tal caso se toma como m el valor que más se aproxima al verdadero, es decir,valor medio obtenido al repetir varias veces la misma medida.

2.2 Errores sistemáticos y aleatorios

2.2.1 Errores Sistemáticos

Los errores sistemáticos son los producidos por fallas en el instrumento de medición. Estos errores no se pueden estimar usando el mismo instrumento. Los errores sistemáticos son siempre en una

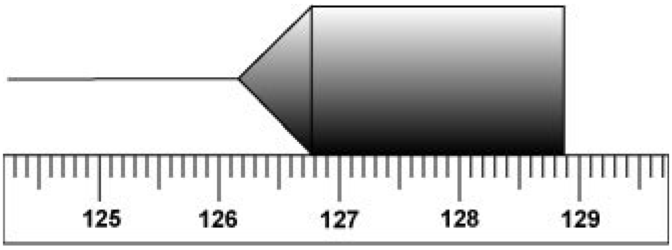
una dirección, es decir por exceso o por defecto. Por ejemplo si estamos midiendo el período de un péndulo y el cronómetro atrasa, el período medido será menor que el valor verdadero. Con el objeto de identificar la fuente de este tipo de error debemos conocer en detalle el experimento y los elementos de medición.

1.2 Errores Aleatorios

Este tipo de error se puede estimar en forma confiable repitiendo las mediciones. Este tipo de errores son aleatorios, y la estimación del verdadero valor es a través del promedio y la precisición a través de la desviación estandar.

2.3 Cómo estimar errores

2.3.1 Errores al medir escalas.



Este es el error mas común cometido al realizar una lectura de la escala. Por ejemplo cuando medimos la longitud de un péndulo que pivotea del extremo de una masa (Ver figura) vemos que la medición está entre 128.88 y 128.89. Podemos ver que el valor de confianza mas de la longitud puede expresarse de la siguiente manera:

$$L = 128.9 \text{ cm} \pm 0.1 \text{ cm}$$

El primer término lo llamamos valor central, mientras que el segundo término es el error o la incerteza. La precisión de 0.1 cm es lo mejor que se puede lograr con el instrumento de medición (regla en este caso).

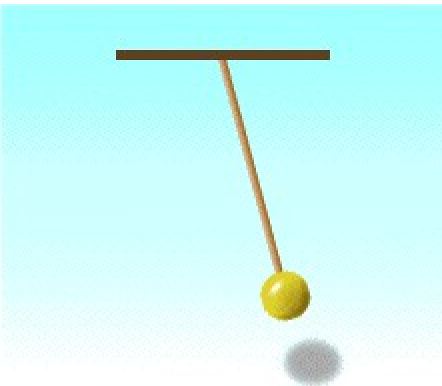
2.3.2 Errores en Instrumentos Digitales

En los instrumentos digitales la lectura es directa como asi también el valor central de la medición. En estos instrumentos generalmente el valor de la precisión suele venir especificado por el fabricante en el instrumento. En caso que no tengamos este dato la precisión es la mitad del valor del último dígito. Por ejemplo para el caso de la figura la balanza está marcando 138.2 lb y la precisión sería ± 0.05 lb.

2.3.3 Desviación Estándar

No todos las mediciones están hechas con instrumentos cuyo error puede ser estimado en forma confiable. Un ejemplo clásico es la medición de intervalos de tiempo usando un cronómetro. Si bien el error del cronómetro esta determinado por el fabricante, este error es despreciable respecto a otros errores dominantes con por ejemplo el cometido por la persona que esté realizando la medición. El tiempo de reacción de la persona en detener y volver a iniciar el cronómetro cuando el péndulo pasa por una posición determinada, es por lejos la mayor fuente de imprecisión. Dado que el ser humano no tiene una escalar graduada o display digitial incorporado, la pregunta es: Cómo determinamos el error dominante?

La solución a este problema es repertir la medición muchas veces. El valor promedio de estas mediciones con una alta probabilidad estará mas cercano al verdadero valor que en el caso que se realice una única medición.



De las mediciones de este experimento obtendremos:

Medición, *i*	1	2	3	4	5
Valor Medido, x_i (Segundos)	3.9	3.5	3.7	3.4	3.5
Desviación (d_i=*Valor medido – Promedio)*	0.3	-0.1	0.1	-0.2	-0.1

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum x_i = \frac{3.9+3.5+3.7+3.4+3.5}{5}\text{s} = 3.6\ \text{s}$$

Note que *N* en la fórmula anterior, representa la cantidad de valores a promediar.

Ahora la pregunta es cual es el error de nuestra medición? Una posibilidad es tomar el la diferencia entre el valor mas extremo y el promedio por ejemplo (3.9 s – 3.6 s)= 0.3 s. El problema de este método es que se está realizando una sobre estimación del error.

Podríamos proponer como una forma posible de estimar el error, realizar el promedio de las desviaciones, pero puede demostrarse que esto nos dará siempre cero.

$$\bar{d} = \frac{1}{N}\sum d_i = \frac{(0.3)+(-0.1)+(0.1)+(-0.2)+(-0.1)}{5}\text{s} = 0\text{ s}$$

Otro forma posible de estimación del error es a través de la fórmula de la desviación estandar. Esta expresión tiene la virtud de que la desviación al estar elevada al cuadrado no tenemos el problema de las desviaciones negativas y al calcular la raíz cuadrada obtenemos la dimensión correcta del error de la magnitud física en cuestión.

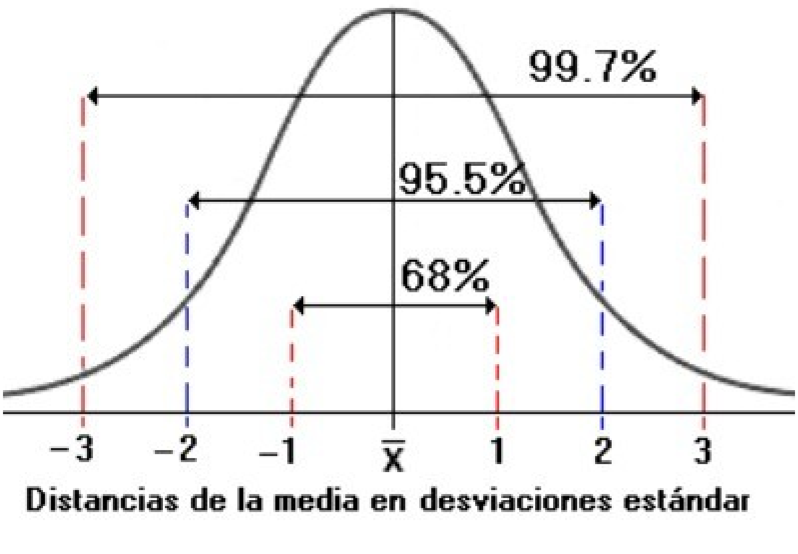
$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N}\sum d_i^2} = \sqrt{\frac{0.09+0.01+0.01+0.04+0.01}{5}}\text{s} = 0.2\text{ s}$$

Note que en algunos casos, para el cálculo de la desviación estandar se utiliza N-1 en lugar de N. Cabe destacar que esta diferencia es resultado de ciertas sutilezas matemáticas, lo cual no afecta nuestro razonamiento.

Por lo tanto, el resultado para este experimento de medición de péndulo se expresará de la siguiente forma:

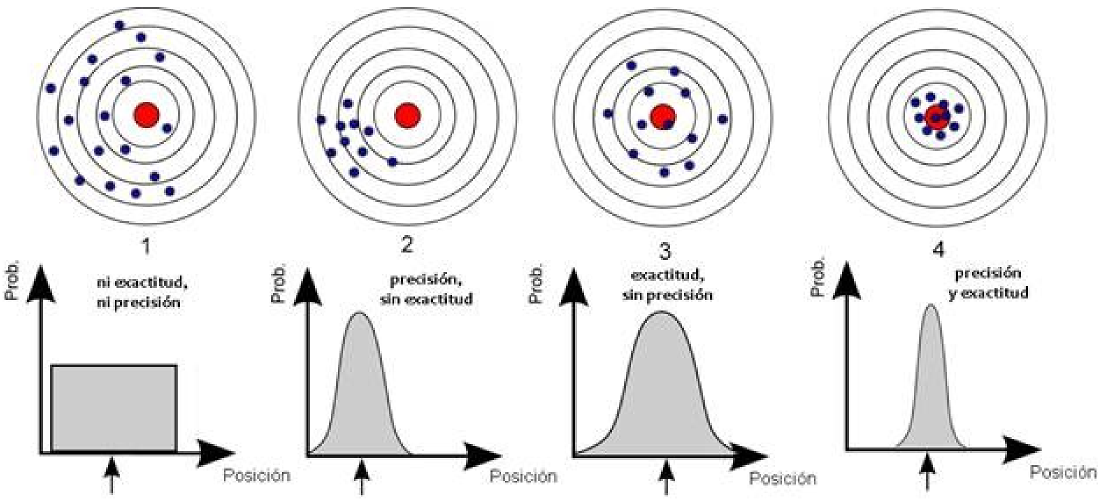
$$T = \bar{x} \pm \sigma_x = 3.6\text{ s} \pm 0.2\text{ s}$$

La ciencia estadística afirma, que la probabilidad de que el valor verdadero se encuentre dentro del intervalo $x_{med} \pm \sigma_x$ 68%; la probabilidad de que se encuentre dentro del intervalo $x_{med} \pm 2\sigma$ t es del 96.5 %, y de un 99.7 % para el intervalo $x_{med} \pm 3\sigma$ t.



3) Precisión versus Exactitud

Este es un buen punto para poner en evidencia la diferencia entre exactitud y precisión. Esta diferencia esta claramente evidenciada en el siguiente gráfico. Básicamente la exactitud de un proceso de medición de una variable física, está determinada cuan cerca está el valor mas probable (obtenido a través del promedio) del valor verdadero (Caso 3 y 4 son ejemplos de mediciones exactas). En cambio la precisión está referida a la dispersión (estimada con la desviación estandar) de los valores alrededor del valor mas probable (Casos 2 y 4 son ejemplos de mediciones precisas).



4) Cifras significativas

Los científicos procuran que sus datos experimentales no digan más de lo que pueden decir según las condiciones de medida en los que fueron obtenidos. Por ello ponen cuidado en el número de cifras con que expresar el resultado de una medida con el propósito de incluir sólo aquellas que tienen algún significado experimental. Tales cifras reciben el nombre de cifras significativas. Una cifra es significativa cuando se conoce con una precisión aceptable. Así, cuando se mide con un termómetro que aprecia hasta 0,1 °C no tiene ningún sentido que se escriban resultados del tipo 36,25 °C o 22,175 °C,por ejemplo.

Todas las cifras que figuran en un resultado deben ser significativas. Este mismo criterio general debe respetarse cuando se opera con datos experimentales; es una cuestión de sentido común que por el simple hecho de operar con los números no es posible mejorar la precisión de los resultados si éstos tienen una base experimental. Cuando un resultado se escribe de modo que todas sus cifras sean significativas proporciona por sí mismo información sobre la precisión de la medida.

4.1 Empleo de cifras significativas

Para manejar correctamente los resultados expresados mediante cifras significativas es necesario seguir las siguientes reglas:

a) Cuando los ceros figuran como primeras cifras de un resultado no son considerados como cifras significativas, por ello el número de cifras significativas de un resultado es el mismo, cualquiera que sea la unidad en la que se exprese. Así, por ejemplo, si se desea expresar en metros el resultado de medir una longitud l de 3,2 cm con una regla que aprecie hasta el milímetro se tendrá:

I = 3,2 cm = 0,032 m

y el resultado seguirá teniendo dos cifras significativas. Por esta razón se acostumbra a escribirlo recurriendo a las potencias de 10:

I = $3,2.10^{-2}$ m

b) Cuando los ceros figuran como últimas cifras de números enteros, ello no implica que deban ser considerados, necesariamente, como cifras significativas. Así, por ejemplo,cuando se expresa la anterior cantidad en micras resulta I = 32 000 μ (1 μ = 1 milésima parte del mm = 10^{-3} mm); ello no quiere decir que el resultado tenga cinco cifras significativas, sino sólo dos en este caso. Para evitar este tipo de confusiones lo más apropiado es escribir el dato recurriendo, de nuevo, a las potencias de 10:

$I = 3{,}2.10^{-5}$

Es posible preguntarse cómo arrastrar las cifras significativas en operaciones tales como la multiplicación o la división. Cuando se dispone de una calculadora electrónica parece como si se estuviera tentado a escribir los resultados con tantas cifras decimales como aparecen en pantalla,pero esto la mayoría de las veces carece de sentido. Valga como ejemplo el siguiente caso:

Se desea encontrar cuál es la superficie de una tira de papel. Se mide su longitud y su anchura utilizando una regla que aprecia hasta los milímetros y se obtiene 53,2 y 4,1 cm respectivamente. Multiplicando ambos resultados resulta:

$S = 53{,}2.4{,}1 = 218{,}12\ cm^2$

Pero ¿cuántas de estas cifras son verdaderamente significativas? la regla que sigue es la siguiente: el número de cifras significativas de un producto (o de un cociente) entre datos que corresponden a resultados de medidas no puede ser superior al de cualquiera de los factores. En el presente caso 4,1 tiene dos cifras significativas, luego el resultado en rigor se escribiría como:

$S = 220\ cm^2 = 22.10\ cm^2$

Cuando como en este ejemplo es preciso redondear alguna cifra por no resultar significativa, se desprecia si es igual o interior a la mitad del valor de la unidad de la última cifra significativa y si es superior se considera ésta incrementada en una unidad. Dado que en el presente ejemplo 8 está por encima de la mitad de unidad de las decenas (10/2) se ha escrito el resultado como 220 cm² y no como 210 cm².

4) Propagación de errores en las medidas indirectas.

En la mayoría de las mediciones físicas, se busca determinar cantidades que se obtienen mediante el cálculo, a partir de una o varias cantidades medidas directamente, dando así origen a un resultado indirecto. La estimación del error del resultado final a partir de los errores de las cantidades medidas directamente, se conoce como ***propagación del error***.

La fórmula que se utiliza para calcular la propagación del error en una magnitud q que depende de otras magnitudes $x, y, \dots, z$ es:

$$\delta q = \sqrt{\left(\frac{\partial q}{\partial x}\,\delta x\right)^2 + \cdots + \left(\frac{\partial q}{\partial z}\,\delta z\right)^2}.$$

donde cada una de las expresiones entre paréntesis representan la derivada parcial de la la función q con respecto a cada una de sus variables (x, y, …, z). El concepto de derivada se ve en cálculo, aquí sólo utilizaremos una tabla para calcularlas operativamente.

Veamos un ejemplo, se desea calcular la superficie de un terreno rectangular cuyos lados miden:
A=233,4 ±0,5m y B=13,4±0,1
La función que permite calcular la superficie depende de dos variables (A y B) y podemos escribirla como S(A,B)=A.B
El error en el cálculo de dicha superficie será entonces:

$$\delta S = \sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial A}\right)^2 (\partial A)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial B}\right)^2 (\partial B)^2}$$

Calcular derivadas parciales con respecto a una variable (x), significa que el resto de las variables (y, …, z) se considerarán como constantes.

Entonces la derivada parcial de S con respecto de A se calcula suponiendo que B es constante y si mirámos en la tabla de derivadas observaremos que la derivada de una variable por una constante es la constante; y lo mismo hacemos con B. Así obtenemos:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial A}\right) = B \qquad \left(\frac{\partial S}{\partial B}\right) = A$$

y entonces: $\delta S = \sqrt{(B)^2 (\partial A)^2 + (A)^2 (\partial B)^2}$

Reemplace usted los valores correspondientes y calcule el error en la medición de la superficie.

Haga el ejercicio de calcular el error al medir la superficie de un círculo cuyo radio es R=0,5±0,01m

Fuentes:

http://www.fisicanet.com.ar/fisica/mediciones/ap01_errores.php

http://phys.columbia.edu/~tutorial/rand_v_sys/tut_e_5_2.html