La Dama y El Tigre

En un reino muy lejano, el Rey decide liberar a uno de sus prisioneros, pero antes este deberá superar una prueba. El prisionero tendrá que elegir entre dos habitaciones para lograr su libertad. Las posibilidades son: que se encuentre con un Tigre o que se encuentre con una Dama. Si elige la habitación de la Dama, entonces se casará con ella y será libre inmediatamente, pero y si elige la habitación del Tigre deberá luchar primero con el animal, si sobrevive será libre, y si no morirá en el intento. El Rey, que no era una mala persona, decide brindarle una ayuda, y coloca en cada puerta un cartel con una leyenda para que el prisionero utilice en el momento de la decisión:
Hab. A: Hay una Dama en la habitación A y un Tigre en la Habitación B.
Hab. B: Hay una Dama en una habitación y un Tigre en la otra.
El Rey a su vez le dice al prisionero:
- “Exactamente uno de estos carteles es verdadero”.
Y agrega,
- “En cada habitación hay una Dama, o un Tigre pero no ambos a la vez.
Si en las dos habitaciones hay Damas la suerte es tuya; y si en las dos habitaciones hay Tigres, la suerte es mía”.
Así, si el prisionero es lo suficientemente inteligente, y puede razonar lógicamente, entonces salvará su vida y tendrá una linda mujer con la que comenzar de nuevo.
¿Qué puerta deberá escoger?

Modelo
1. Variables
t_1 : “Hay un Tigre en la habitación A”.
t_2 : “Hay un Tigre en la habitación B”.
d_1 : “Hay una Dama en la habitación A”.
d_2 : “Hay una Dama en la habitación B”.
c_1 : “El cartel de la habitación A es verdadero”.
c_2 : “El cartel de la habitación B es verdadero”.

2. Condiciones y Relaciones
Lo que nos dice el Rey,
* “Exactamente uno de estos carteles es verdadero”.

$$(S_1)\ c_1 \not\equiv c_2$$

* “En cada habitación hay una Dama, o un Tigre pero no ambos a la vez”

$$(S_2)\ (d_1 \not\equiv t_1) \wedge (d_2 \not\equiv t_2)$$

Lo que nos dicen los carteles,

* Primer cartel: “Hay una Dama en la habitación A y un Tigre en la habitación B.”

$$(S_3)\ c_1 \equiv d_1 \wedge t_2$$

* Segundo cartel: “Hay una Dama en una habitación y un Tigre en la otra.”

$$(S_4)\ c_2 \equiv ((d_1 \wedge t_2) \not\equiv (t_1 \wedge d_2))$$

3. Modelo Lógico

$$(c_1 \not\equiv c_2) \wedge (d_1 \not\equiv t_1) \wedge (d_2 \not\equiv t_2) \wedge (c_1 \equiv d_1 \wedge t_2) \wedge (c_2 \equiv (d_1 \wedge t_2 \not\equiv t_1 \wedge d_2))$$

Nos queda construir la tabla de verdad para dar una respuesta a nuestro problema; pero si contamos la cantidad de variables que empleamos para modelar el acertijo, –seis variables–, deberíamos confeccionar una tabla con 64 (2^6) filas, lo cual no vamos a realizar a mano. Con la herramienta truth table:

c1	c2	d1	d2	t1	t2	$(c1 \Leftrightarrow \neg c2) \land (d1 \Leftrightarrow \neg t1) \land (d2 \Leftrightarrow \neg t2) \land (c1 \Leftrightarrow d1 \land t2) \land (c2 \Leftrightarrow (d1 \land t2 \Leftrightarrow \neg (t1 \land d2)))$
T	T	T	T	T	T	F
T	T	T	T	T	F	F
T	T	T	T	F	T	F
T	T	T	T	F	F	F
T	T	T	F	T	T	F
T	T	T	F	T	F	F
T	T	T	F	F	T	F
T	T	T	F	F	F	F
T	T	F	T	T	T	F
T	T	F	T	T	F	F
T	T	F	T	F	T	F
T	T	F	T	F	F	F
T	T	F	F	T	T	F
T	T	F	F	T	F	F
T	T	F	F	F	T	F
T	T	F	F	F	F	F
T	F	T	T	T	T	F
T	F	T	T	T	F	F
T	F	T	T	F	T	F
T	F	T	T	F	F	F
T	F	T	F	T	T	F
T	F	T	F	T	F	F
T	F	T	F	F	T	F
T	F	T	F	F	F	F
T	F	F	T	T	T	F
T	F	F	T	T	F	F
T	F	F	T	F	T	F
T	F	F	T	F	F	F
T	F	F	F	T	T	F
T	F	F	F	T	F	F
T	F	F	F	F	T	F
T	F	F	F	F	F	F
F	T	T	T	T	T	F
F	T	T	T	T	F	F
F	T	T	T	F	T	F
F	T	T	T	F	F	F
F	T	T	F	T	T	F
F	T	T	F	T	F	F
F	T	T	F	F	T	F
F	T	T	F	F	F	F
F	T	F	T	T	T	F
F	T	F	T	T	F	T
F	T	F	T	F	T	F
F	T	F	T	F	F	F
F	T	F	F	T	T	F
F	T	F	F	T	F	F
F	T	F	F	F	T	F
F	T	F	F	F	F	F
F	F	T	T	T	T	F
F	F	T	T	T	F	F
F	F	T	T	F	T	F
F	F	T	T	F	F	F
F	F	T	F	T	T	F
F	F	T	F	T	F	F
F	F	T	F	F	T	F
F	F	T	F	F	F	F
F	F	F	T	T	T	F
F	F	F	T	T	F	F
F	F	F	T	F	T	F
F	F	F	T	F	F	F
F	F	F	F	T	T	F
F	F	F	F	T	F	F
F	F	F	F	F	T	F
F	F	F	F	F	F	F

4. Análisis y Respuesta

Dado que el modelo lógico resulta verdadero en el siguiente estado:

{(c_1, f), (c_2, t), (d_1, f), (t_1, t), (d_2, t), (t_2, f)}

podemos concluir que el prisionero ***debería elegir la puerta B*** que es donde se encuentra la Dama para conseguir rápidamente su libertad.

Sin recurrir al uso de la herramienta truth table, podríamos resolverlo per teniendo en cuenta que la relación lógica es una combinación de relaciones de conjunción (∧). Para esta relación, como nos interesa solo los valores verdaderos, se puede ir reduciendo, por partes la tabla de verdad.

Las primeras restricciones, S_1 y S_2 nos imponen cierta combinación de valores para las variables del problema:

$$S_1 \wedge S_2 : (c_1 \not\equiv c_2) \wedge (d_1 \not\equiv t_1) \wedge (d_2 \not\equiv t_2)$$

donde,

($c_1 \not\equiv c_2$) es verdadera en los siguientes estados:

c_1	c_2	S_1: $c_1 \not\equiv c_2$
v	f	v
f	v	v

($d_1 \not\equiv t_1$) es verdadera en los siguientes estados:

d_1	t_1	$d_1 \not\equiv t_1$
v	f	v
f	v	v

($d_2 \not\equiv t_2$) es verdadera en los siguientes estados:

d_2	t_2	$d_2 \not\equiv t_2$
v	f	v
f	v	v

Por lo tanto, si combinamos los valores de estos estados en los que cada subexpresión es cierta, podemos concluir que la expresión $S_1 \wedge S_2$ es verdadera para los estados:

c_1	c_2	d_1	t_1	d_2	t_2	$S_1 \wedge S_2$
t	f	t	f	t	f	t
t	f	t	f	f	t	t
t	f	f	t	t	f	t
t	f	f	t	f	t	t
f	t	t	f	t	f	t
f	t	t	f	f	t	t
f	t	f	t	t	f	t
f	t	f	t	f	t	t

y en las restantes combinaciones posibles (64 − 8 = 56) la expresión $S_1 \wedge S_2$ resulta falsa, y por ende, el modelo lógico también será falso. Por consiguiente, utilizaremos estos ocho estados que hacen a $S_1 \wedge S_2$ verdadera, y evaluaremos $S_3 \wedge S_4$ en los mismos:

$$S_3 \wedge S_4 : (c_1 \equiv d_1 \wedge t_2) \wedge (c_2 \equiv (d_1 \wedge t_2 \not\equiv t_1 \wedge d_2))$$

• Resolución

1. Construcción parcial de la tabla de verdad para el modelo lógico

Confeccionamos sólo la tabla de $S_3 \wedge S_4$ para los estados en los cuales $S_1 \wedge S_2$ resulta verdadera:

c_1	c_2	d_1	t_1	d_2	t_2	$d_1 \wedge t_2$	$c_1 \equiv d_1 \wedge t_2$	...	$S_3 \wedge S_4$
t	f	t	f	t	f	f	f	...	f
t	f	t	f	f	t	t	t	...	f
t	f	f	t	t	f	f	f	...	f
t	f	f	t	f	t	f	f	...	f
f	t	t	f	t	f	f	t	...	f
f	t	t	f	f	t	t	f	...	f
$\boldsymbol{f}$	$\boldsymbol{t}$	$\boldsymbol{f}$	$\boldsymbol{t}$	$\boldsymbol{t}$	$\boldsymbol{f}$	$\boldsymbol{f}$	$\boldsymbol{t}$	**...**	$\boldsymbol{t}$
f	t	f	t	f	t	f	t	...	f

Resultando la misma respuesta que con la tabla de verdad completa

En esta solución hemos utilizado la técnica de reducción de tabla de verdad, empleando como restricción sobre la expresión original, una subexpresión de la mismas, “podando” de esta forma la cantidad de estados necesarios en la evaluación de la expresión booleana completa del acertijo, consiguiendo de igual forma una solución al problema, pero en una evaluación de estados más reducida que en el caso original. Se debe tener cuidado, en este tipo de ejercicios donde nos interesa achicar la tabla de verdad, puesto que como explicábamos anteriormente, sólo necesitamos los resultados para los cuáles la última columna de la tabla es verdadero, y por ende, los razonamientos que hemos expuesto no deben trasladarse a otros ejercicios que no fueran planteados en términos de acertijos.