



MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO. M.R.U.V.

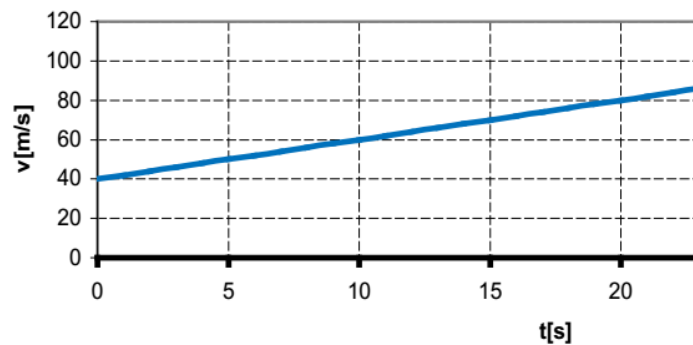
Decimos que un cuerpo está acelerado cuando su velocidad cambia con el tiempo: puede cambiar su rapidez (aumentar o disminuir el módulo de la velocidad), su dirección y sentido, o ambas cosas a la vez.

Consideremos, entre todos los movimientos variados que podamos imaginar, el más sencillo: es el que llamamos **movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, es decir, que tiene una trayectoria recta y una aceleración constante. Para este movimiento, el módulo de la velocidad cambia una magnitud fija en intervalos de tiempo fijos, pero su dirección y sentido permanecen constantes.**

Recuerda:

La aceleración es una magnitud vectorial.

Por ejemplo, si un cuerpo marcha con una aceleración constante y su velocidad aumenta 20 m/s en 10 segundos, podemos conocer cuánto aumentará la velocidad en cualquier lapso: 10 m/s en 5 segundos, 40 m/s en 20 segundos.... Es decir que el tiempo transcurrido y el cambio en la velocidad son directamente proporcionales. Con



esta relación en mente, podemos graficar cómo varía la velocidad en función del tiempo en el caso del ejemplo:

El gráfico correspondiente resulta una recta cuya ecuación es de la forma:

$$v = v_i + a \Delta t$$

La pendiente se puede calcular según:

$$a = \frac{20m/s}{10s} = \frac{10m/s}{5s} = 2m/s^2$$

¿Qué nos indica la aceleración del movimiento?

La aceleración mide el ritmo con el que cambia la velocidad en la unidad de tiempo: si en 10 segundos la velocidad aumentó 20 m/s, y el aumento es constante, entonces en 1 segundo habrá aumentado 2 m/s: la aceleración resulta de $2 m/s^2$, **qué es la pendiente de la recta.**

Es decir que:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

En general: los movimientos uniformemente acelerados determinan una recta en el gráfico velocidad vs. tiempo, cuya pendiente es la aceleración del móvil y la ordenada al origen es la velocidad en el instante $t = 0$, es decir, la velocidad inicial (llamada v_i o v_0).

Entonces, la ecuación de la recta queda:

$$v = v_0 + a \Delta t$$

Esta expresión determina la velocidad v de un cuerpo que se mueve con una aceleración constante a durante un tiempo t , sabiendo que en $t = 0$ tenía una velocidad v_0 .

Si la velocidad v y la aceleración a tienen igual signo (no importa cuál sea éste), el módulo de la velocidad aumenta a medida que transcurre el tiempo (v se hace cada vez "más negativa" o "más positiva"). En este caso, el móvil va cada



vez más rápido (el signo de v sólo define hacia dónde). Si, por el contrario, v y a tienen signos opuestos, el módulo de la velocidad disminuye con el tiempo. En este caso, el móvil está desacelerando.

Unidades de aceleración

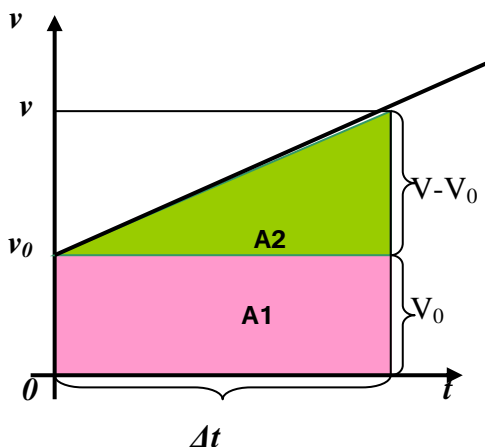
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow [a]_{S.I.} = \frac{m/s}{s} = \frac{m}{s^2} \quad [a]_{cgs} = \frac{cm/s}{s} = \frac{cm}{s^2}$$



¡Ahora a resolver!

- 1- ¿Cuál es la aceleración de un móvil que en 4 s alcanza una velocidad de 5 m/s, habiendo partido del reposo?
- 2- ¿Cuál es la aceleración de un móvil cuya velocidad aumenta 10 m/s cada 2s?
- 3- Un móvil disminuye su velocidad en 12 m/s, durante 4s. ¿Cuál es su aceleración?
- 4- Un móvil viaja con velocidad de 22 m/s y 5 s después su velocidad ha disminuido hasta 11 m/s. Calcula su aceleración.
- 5- Un automóvil que viaja a 20 m/s aplica los frenos y detiene el vehículo después de 4 s. ¿Cuál fue su aceleración?
- 6- ¿Qué velocidad adquiere un móvil que parte del reposo y se acelera a razón de 3 m/s² en 5s?
- 7- ¿Qué tiempo tarda un móvil en incrementar su velocidad de 2 a 18 m/s con una aceleración de 2 m/s²?
- 8- ¿Qué velocidad tenía un cuerpo que en 8 s adquiere una velocidad de 144 m/s con aceleración de 4 m/s²?

DEDUCCIÓN DE LA ECUACIÓN DE POSICIÓN



Recordemos que, en todos los movimientos rectilíneos, el área que queda definida bajo la curva del gráfico de $v(t)$ y es numéricamente igual al módulo del desplazamiento del móvil en el intervalo de tiempo considerado. Calculemos esta área de acuerdo al gráfico siguiente:

$$A = A_1 + A_2$$

$$A = v_0 \cdot \Delta t + \frac{\Delta t \cdot (v - v_0)}{2}$$

$$A = v_0 \Delta t + \frac{\Delta t \cdot a \cdot \Delta t}{2}$$

$$A = x - x_0 = v_0 \cdot \Delta t + \frac{a \cdot \Delta t^2}{2}$$

$$x = x_0 + v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2$$

Esta expresión es la ecuación horaria del M.R.U.V. y representa la ecuación de una parábola

Muchas veces es necesaria utilizar una fórmula, que vamos a deducir, para no tener que recurrir a la resolución de una ecuación cuadrática si queremos calcular el tiempo, no se trata de otra ley del movimiento, sino de extraer una tercera ecuación en la que no aparezca el tiempo.

Sabemos que:

$$V = V_0 + a \cdot \Delta t \quad (1)$$

$$\Delta x = V_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2 \quad (2)$$



Si despejamos de (1) el tiempo y lo reemplazamos en (2) nos queda:

Aplicando propiedad distributiva

$$\Delta x = \frac{V_0 \cdot V}{a} - \frac{V_0^2}{a} + \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{a^2} (V^2 - 2VV_0 + V_0^2)$$

$$\Delta x = \frac{V_0 \cdot V}{a} - \frac{V_0^2}{a} + \frac{1}{2} \frac{V^2}{a} - \frac{2VV_0}{2a} + \frac{V_0^2}{2a}$$

$$\Delta x = \frac{V_0^2}{a} \left(-1 + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \frac{V^2}{a} = \frac{1}{2} \frac{V^2}{a} - \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{a}$$

$$\Delta x = \frac{V^2 - V_0^2}{2 \cdot a}$$

$$V^2 - V_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta x$$

$$\Delta t = \frac{V - V_0}{a}$$

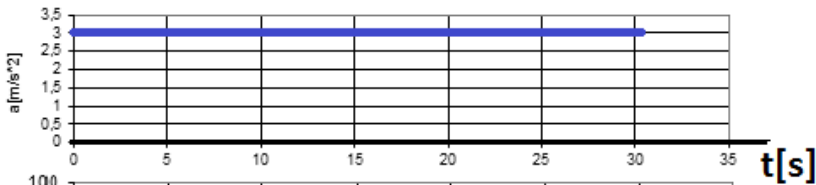
$$\Delta x = V_0 \frac{V - V_0}{a} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{V - V_0}{a} \right)^2$$



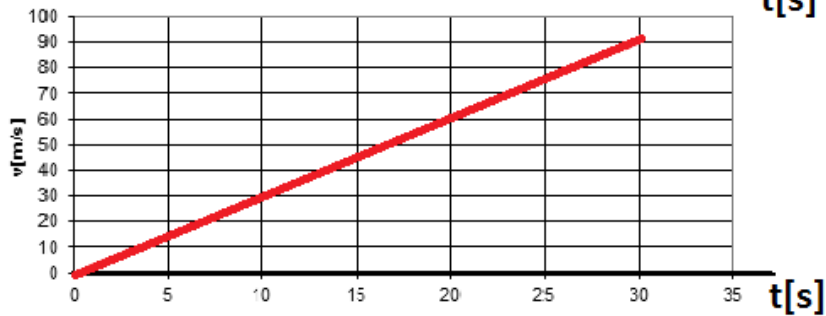
¡Ahora a resolver!

- 1- Por ejemplo analicemos en los siguientes gráficos cuáles serían las ecuaciones $a(t)$, $v(t)$ y $x(t)$ de acuerdo a las condiciones iniciales observadas en cada caso. Indicar en qué intervalos de tiempo el movimiento es acelerado o desacelerado.

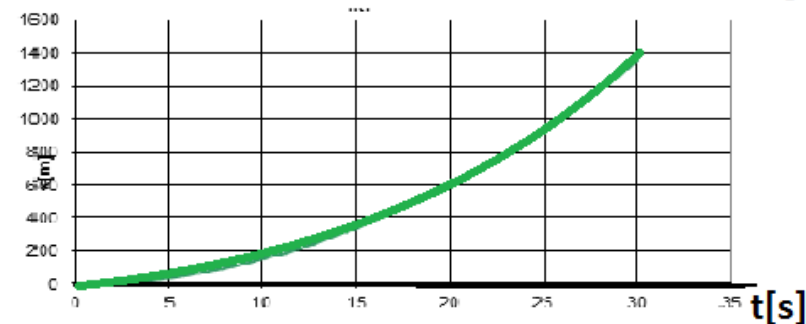
1° Caso



$a(t) =$



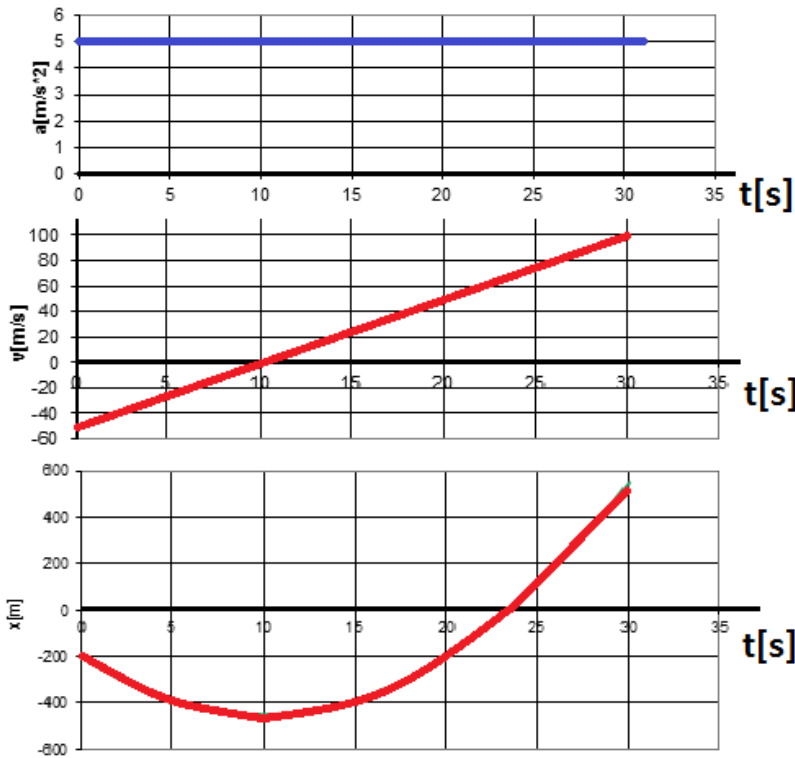
$v(t) =$



$x(t) =$



2° Caso

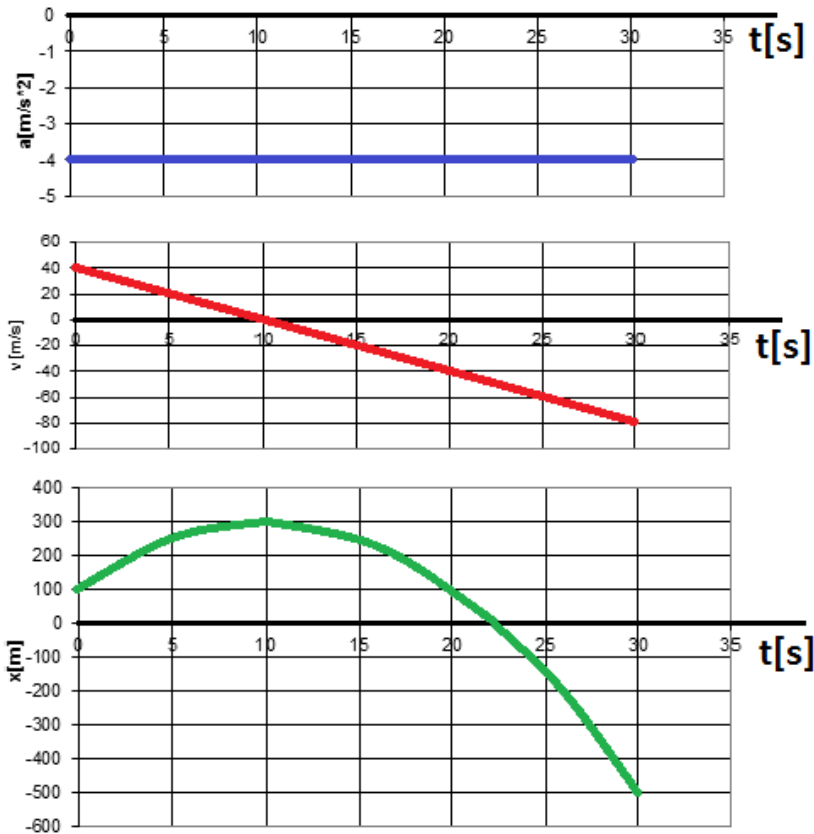


$a(t) =$

$v(t) =$

$x(t) =$

3° Caso



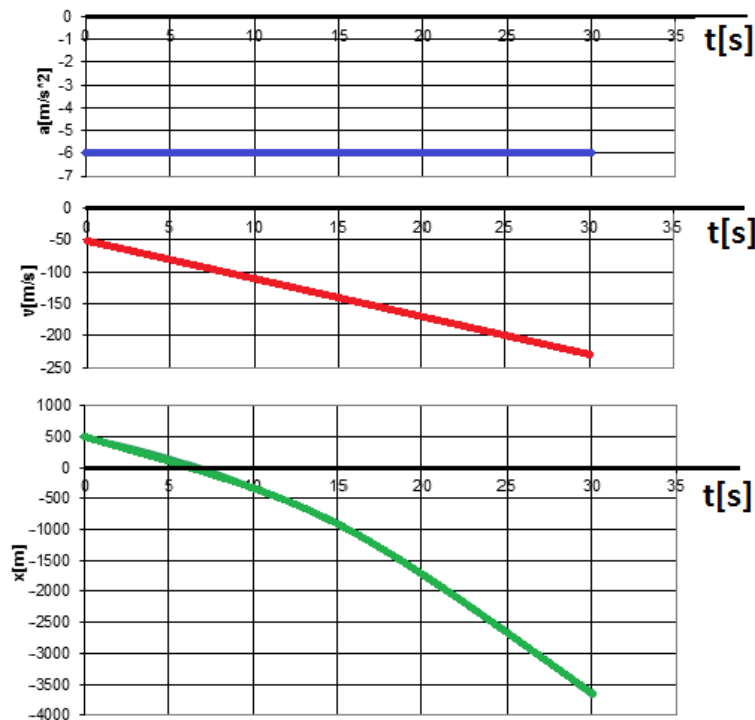
$a(t) =$

$v(t) =$

$x(t) =$



4° Caso



$a(t) =$

$v(t) =$

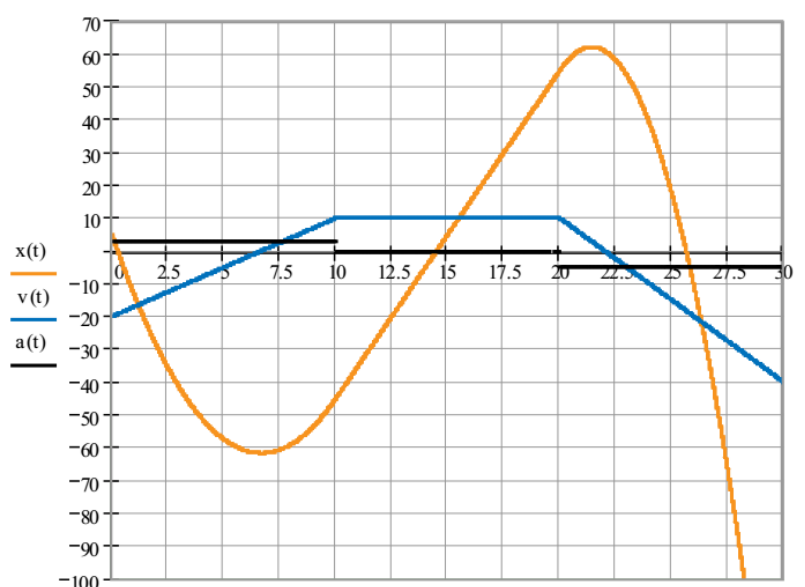
$x(t) =$

Graficar $a(t)$; $V(t)$, $X(t)$ en los siguientes casos conociendo las condiciones iniciales y analizar los intervalos de tiempo en que es acelerado o desacelerado:

- 1- $x_0 = -5\text{m}$; $V_0 = 8 \text{ m/s}$; $a = 3 \text{ m/s}^2$; $\Delta t = 6 \text{ s}$
- 2- $x_0 = 6\text{m}$; $V_0 = -10 \text{ m/s}$; $a = 5 \text{ m/s}^2$; $\Delta t = 5 \text{ s}$
- 3- $x_0 = -4\text{m}$; $V_0 = -2 \text{ m/s}$; $a = -4 \text{ m/s}^2$; $\Delta t = 7 \text{ s}$
- 4- $x_0 = 3\text{m}$; $V_0 = 4 \text{ m/s}$; $a = -3 \text{ m/s}^2$; $\Delta t = 8 \text{ s}$

Si analizamos el movimiento de un cuerpo a través del tiempo que va tomando distintos valores de aceleración, debemos tener en cuenta que cada valor de esta indica un M.R.U.V. diferente. Por ejemplo:

Es importante observar que la aceleración en función del tiempo puede saltar de un valor a otro totalmente diferente, en cambio la velocidad toma todos los valores intermedios, es decir es una función continua, si bien hay valores del tiempo que admiten dos tangentes diferentes, una por derecha y otra por izquierda. La gráfica de la posición por el contrario, debe tener una sola tangente en cada punto, por lo tanto su gráfica no puede presentar quiebres. En muchos ejercicios observaremos que esto no se respeta para no complicar demasiado su resolución.

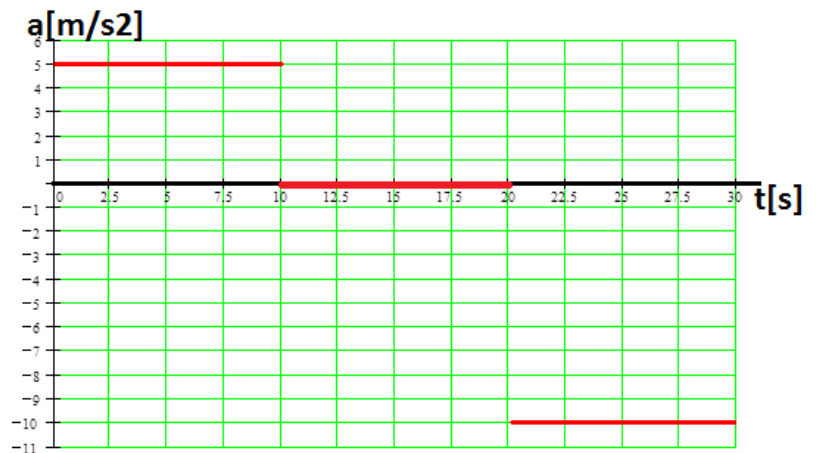




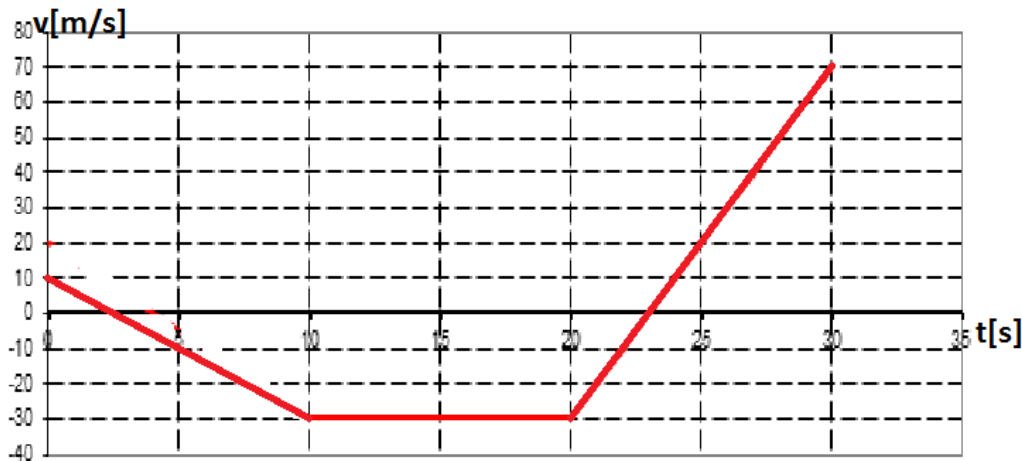
¡ Ahora a resolver!!

Graficar:

1- $v(t)$ y $x(t)$ sabiendo que $x_0 = 4\text{m}$ y $v_0 = 10\text{ m/s}$ y la aceleración responde al siguiente gráfico



2- Graficar $a(t)$ y $x(t)$ sabiendo que $x_0 = -6\text{m}$ y la velocidad responde a la siguiente gráfica



Resolver

- 1- ¿Qué velocidad inicial debe tener un móvil cuya aceleración es de 2 m/s^2 , para alcanzar una velocidad de 90 km/h a los 4 s de su partida?. $R = 17\text{ m/s}$
- 2- Un tren va a una velocidad de 16 m/s , frena y se detiene en 12 s . Calcular su aceleración y la distancia recorrida al frenar. $R = 1,33\text{ m/s}^2$; 96 m
- 3- Un móvil parte del reposo y a los 30 m tiene una velocidad de 6 m/s . Calcular su aceleración y el tiempo transcurrido. $R = 0,6\text{ m/s}^2$; 10 s
- 4- Un automóvil con velocidad de 72 km/h frena con una desaceleración constante y se para en 9 s . ¿Qué distancia recorrió?. $R = 90\text{ m}$
- 5- Un automóvil parte del reposo y con aceleración constante de 3 m/s^2 , recorre 150 m . ¿En cuánto tiempo hizo el recorrido y con qué velocidad llegó al final?. $R = 10\text{ s}$; 30 m/s .
- 6- Un cuerpo parte del reposo, tiene durante 4 s una aceleración constante de 10 m/s^2 , sigue después durante 8 s con el movimiento adquirido y finalmente vuelve al reposo por la acción de una aceleración de -10 m/s^2 . Determinar el tiempo y la distancia total del movimiento. Graficar. $R = 16\text{ s}$; 480 m .



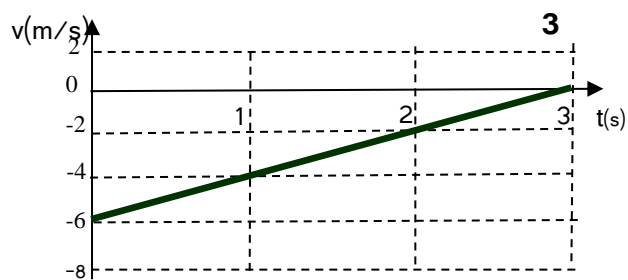
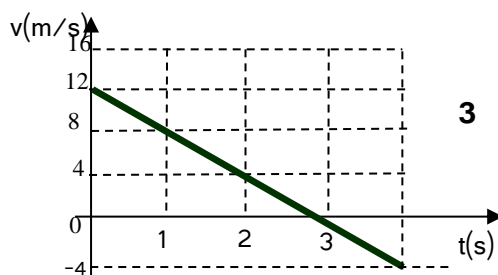
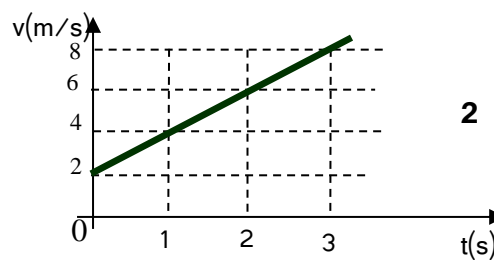
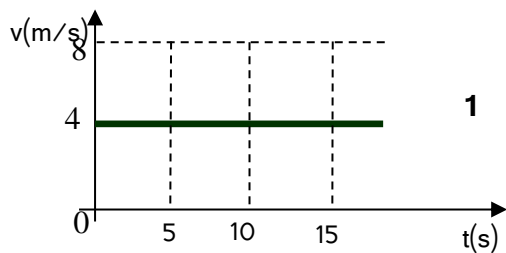
7- Dos ciclistas, A y B, inician su movimiento simultáneamente. A con una velocidad constante de 12 m/s y B con aceleración constante de 5m/s^2 . Calcular:

- ¿Qué distancia han recorrido cuando B alcanza a A? $R=57,6\text{m}$
- ¿Cuánto tiempo ha transcurrido hasta ese momento? $R= 4,8 \text{ s}$
- ¿Cuál es la velocidad de B cuando alcanza a A? $R= 24 \text{ m/s}$
- Graficar

8- Un camión viaja con velocidad constante de 20 m/s. En el momento que pasa al lado de un automóvil detenido, este avanza con aceleración constante de 2 m/s^2 .

- Realiza un gráfico $V(t)$
- ¿Qué tiempo tarda el automóvil en adquirir la velocidad del camión? $R= 10\text{s}$
- ¿Qué distancia debe recorrer el automóvil para alcanzar el camión? $R= 400 \text{ m}$
- ¿Qué tiempo tarda en alcanzarlo? $R= 20 \text{ s}$

9- Los gráficos siguientes representan la velocidad que adquiere una bolita, en función del tiempo, al moverse en un camino rectilíneo (no necesariamente horizontal).



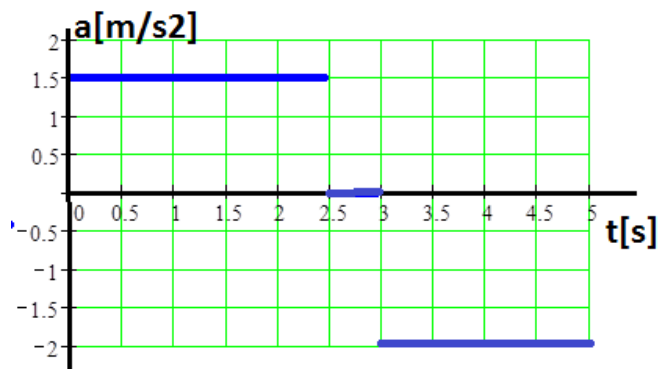
Para cada uno de ellos se pide:

- Determinar su aceleración, y graficarla.
- ¿Qué representa el área bajo la gráfica velocidad-tiempo?.
- Escribir las ecuaciones horarias correspondientes, suponiendo que en $t = 0$, $x = 0$.
- Hallar las posiciones correspondientes a los instantes $t = 1 \text{ s}$; 4 s ; 5 s ; 7 s . Representarlas en un diagrama $x(t)$ y trazar el gráfico correspondiente.
- ¿Describe, con sus palabras, como vería moverse a la bolita, en cada caso?.



- 10- Un automóvil parte del reposo con una aceleración constante de 2 m/s^2 , y se mueve durante 5 segundos. Hallar cuánto se desplaza durante el primer segundo, y cuánto durante el último. El mismo automóvil, que viene moviéndose a 20 m/s , frena con aceleración constante hasta detenerse en 8 segundos. Hallar su desplazamiento durante el primer y durante el último segundo de su frenado. ¿Avanzó? $R= 1 \text{ m}, 9 \text{ m}, 18,75 \text{ m}, 1,25 \text{ m}$
- 11- Hallar ¿qué velocidad traía una locomotora, que acelerando a razón de 1 m/s^2 recorrió 20 m en 5 s ?
 $R= 1,5 \text{ m/s}$
- 12- Un avión parte del reposo con aceleración constante y carretea 1800 m por la pista, durante 30 segundos, hasta despegar. ¿Con qué velocidad abandona la pista? Trazar un gráfico velocidad- tiempo. $R= 120 \text{ m/s}$
- 13- Un tren reduce uniformemente su velocidad, desde 12 m/s hasta 8 m/s , en una distancia de 100 m . Calcular la aceleración de frenado, y qué distancia recorrerá hasta detenerse si prosigue así. $R= -0,4 \text{ m/s}^2, 180 \text{ m}$
- 14- Un trineo parte del reposo por una rampa inclinada. con aceleración constante. Pasa por un 1 primer puesto de control con una velocidad de 5 m/s , y por el segundo puesto con una velocidad de 15 m/s . Si ambos puestos están distanciados 60 metros , calcular la aceleración que experimenta, la distancia del punto de partida al primer puesto, y el tiempo transcurrido desde que partió hasta que pasó por el segundo puesto.
 $R=1,66 \text{ m/s}^2, 7,5 \text{ m}, 9 \text{ s}$
- 15- El conductor de un tren subterráneo de 40 m de longitud, y que marcha a 15 m/s , debe aplicar los frenos 50 m antes de entrar a una estación cuyo andén mide 100 m de longitud. Calcular entre qué valores debe hallarse el de la aceleración de frenado, para que el tren se detenga dentro de los límites del andén.
 $R= -0,75 \text{ m/s}^2 \text{ y } -1,25 \text{ m/s}^2$
- 16- El gráfico representa la aceleración en función del tiempo de un ascensor, que parte del reposo en planta baja, hasta detenerse en el segundo piso.

- a) Obtener los gráficos de velocidad y de posición del coche del ascensor en función del tiempo.
- b) Con el mismo sistema de referencia usado anteriormente, graficar la aceleración del coche en función del tiempo en su viaje de regreso a planta baja. Suponer que el motor y los frenos proveen aceleraciones del mismo módulo que durante la subida, y que se alcanza una velocidad constante (de régimen) también de igual módulo. Hallar los gráficos del inciso a) para este nuevo caso, y compararlos.



- c) El mismo ascensor está instalado en un edificio de 60 metros de altura. Esbozar el gráfico posición- tiempo en un viaje de ida y vuelta hasta el último piso, si se detiene allí 10 segundos .

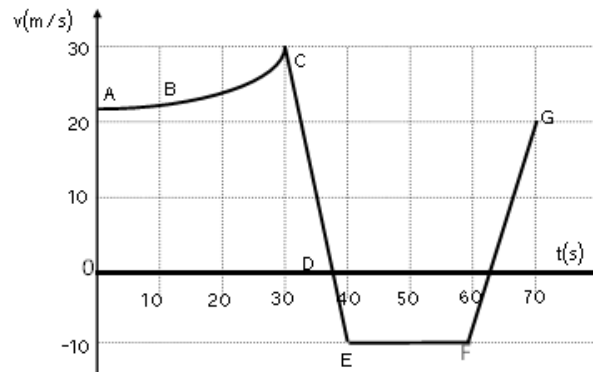


17- Si se pisa el acelerador de un automóvil durante 3 segundos, ¿Cuándo recorre mayor distancia: durante el primer segundo o durante el tercero?

18- Si se pisa el acelerador de un automóvil durante 3 segundos, ¿Cuándo recorre mayor distancia: durante el primer segundo o durante el tercero?

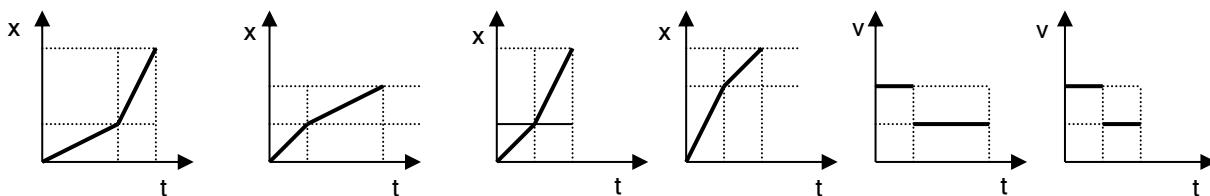
19- Dado el gráfico que muestra la velocidad de un móvil en función del tiempo, responda colocando las letras que indican el tramo, la letra que indica el instante, el dato que se solicita o la palabra ninguno, según corresponda:

- a) El valor de la aceleración media en el tramo CE:
- b) El tramo de gráfica donde el móvil mantiene M.R.U:.....
- c) La velocidad inicial del móvil es:
- d) Un punto donde cambia su sentido de marcha :.....
- e) Un tramo donde el móvil mantiene M.R.U. Frenado:.....
- f) El desplazamiento del móvil en el tramo FG es:.....



20- Un ciclista que viaja en una trayectoria rectilínea, recorre la mitad de su camino a 40 km/h y la otra a 20 km/h.

a) Observa los siguientes gráficos *posición en función del tiempo* y *velocidad en función del tiempo* indica cual/es representan la situación planteada.



MARCA LA OPCIÓN CORRECTA

1- Dos móviles A y B recorren un mismo camino recto. Según el análisis del gráfico velocidad en función del tiempo correspondiente al comportamiento cinemático de ambos móviles, se cumple todo lo siguiente **EXCEPTO**:

- En el momento de encontrarse ambos cuerpos han recorrido 108 m.
- A los 3 s el cuerpo B se encuentra 27 m adelante del cuerpo A.
- Ambos cuerpos se encuentran a los 3 s.

