

Cohomología y homotopía simple de espacios celulares.

Cohomology and simple homotopy of cellular spaces.

Director: OTTINA, Enzo Miguel

Correo Electrónico: emottina@uncu.edu.ar

Co-Director: -

Integrantes: NODARO, Verónica Noemí; PIRANI, Miriam del Carmen.

Palabras Clave: *CW(A)-complejos, grupos de cohomología, homotopía simple*

Resumen Técnico: *Los objetivos generales de este proyecto son, en primer lugar, estudiar en profundidad la cohomología de los CW(A)-complejos, y en segundo lugar, desarrollar una teoría de homotopía simple para CW(A)-complejos. Los CW(A)-complejos son espacios topológicos que se obtienen pegando celdas construidas a partir de un espacio base o núcleo A, generalizando la teoría clásica de CW-complejos de J.H.C. Whitehead. Si bien existen varias generalizaciones de CW-complejos en la literatura, nuestro enfoque se caracteriza por preservar fielmente las ideas geométricas de la teoría original de Whitehead. Como puede verse en la tesis doctoral de Ottina, la teoría de CW(A)-complejos, además de ser interesante en sí misma, permite estudiar a los CW-complejos desde una perspectiva diferente y entenderlos en mayor profundidad. En este proyecto proponemos estudiar la cohomología de los CW(A)-complejos buscando obtener resultados que relacionen los grupos de cohomología de los CW(A)-complejos con los grupos de cohomología del espacio A. Además, intentaremos obtener generalizaciones de resultados clásicos de cohomología de CW-complejos al contexto de CW(A)-complejos. Luego profundizaremos en el estudio de la cohomología de CW(A)-complejos analizando por medio de sucesiones espectrales cuál es la relación entre el producto cup de la cohomología del espacio A (que hace de la cohomología de A un anillo graduado) y el producto cup de la cohomología de un CW(A)-complejo. Creemos que esto será muy valioso para poder calcular grupos de cohomología y para estudiar los tipos de homotopía de CW(A)-complejos. Además, estudiaremos la noción de homotopía simple para CW(A)-complejos, para lo cual definiremos nuevos movimientos elementales a partir de la estructura A-celular de estos espacios. Relacionaremos estos movimientos elementales con los movimientos elementales usuales y analizaremos qué ocurre si el núcleo A es colapsable. También estudiaremos los tipos de homotopía simple de CW(A)-complejos. Por último, este proyecto contribuirá a la conformación de un grupo de investigación en Topología Algebraica, área que cuenta con muy pocos investigadores en el país. Esto es particularmente importante para Mendoza, ya que por el momento cuenta con pocos investigadores en Matemática.*

Keywords: *CW(A)-complexes, cohomology groups, simple homotopy*

Summary: *The general objectives of this project are, firstly, to study cohomology of CW(A)-complexes thoroughly, and secondly, to develop a simple*



homotopy theory for $CW(A)$ -complexes. $CW(A)$ -complexes are topological spaces which are built attaching cells constructed from a base space or core A , generalizing the classical theory of CW -complexes of J.H.C. Whitehead. Although there exist many generalizations of CW -complexes in the literature, our approach keeps faithfully the geometric ideas of Whitehead's original theory. As it can be seen in Ottina's PhD Thesis, the theory of $CW(A)$ -complexes, besides from being interesting by itself, it allows us to study CW -complexes from a different point of view and to understand them more deeply. In this project we propose to study the cohomology of $CW(A)$ -complexes trying to obtain results which relate the cohomology groups of $CW(A)$ -complexes to the cohomology groups of A . Besides, we will try to obtain generalizations of classic results of cohomology of CW -complexes to the $CW(A)$ -complexes setting. Then, we will delve deeply in the study of cohomology of $CW(A)$ -complexes analysing by means of spectral sequences what is the relation between the cup product of the cohomology of A (which makes the cohomology of A a graded ring) and the cup product of the cohomology of a $CW(A)$ -complex. We believe that this will be of great value to compute cohomology groups and to study the homotopy types of $CW(A)$ -complexes. In addition, we will study the notion of simple homotopy for $CW(A)$ -complexes, for which we will define new elementary moves based on the A -cellular structure of these spaces. We will relate this elementary moves to the classical elementary moves and we will analyse what happens if the core A is collapsible. Also, we will study the simple homotopy types of $CW(A)$ -complexes. Finally, this project will contribute to the formation of a research group in Algebraic Topology, which is an area that has very few researchers in our country. This is particularly important for Mendoza, because at the moment it has few researchers in Mathematics.