Introducción al Algebra Lineal

Año 2019 Practica 1: Vectores geométricos del plano y del espacio

 **Ejercicio 1**. En Vo,2 construir gráficamente el vector suma + en cada una de las siguientes situaciones:

a) b) o a b

 a

 o

 b c) a o • b

**Ejercicio 2**. A partir del vector fijo  de la figura construir:

a) 3**.**  a

b) 1/2**.**  o

c) -3/5 

**Ejercicio 3**. Representar gráficamente en un sistema de coordenadas cartesianas los vectores geométricos:  , donde  y  y , donde c = (-3,2) y d = (-3,0).

a) Determinar analíticamente las componentes del vector .

b) Determinar analíticamente las componentes del vector 4..

**Ejercicio 4**. Sean *u* = (3*,*2), *v* = (−1*,*5) y *w* = (2*,*2) vectores de IR2, determinar las componentes de los vectores:

1. *u* + *v*
2. −2*u* + 2*v*
3. 3*w* + *v*
4. *v* − *w*

Graficar todos los vectores resultantes en un mismo sistema de ejes cartesianos.

**Ejercicio 5**. Representar gráficamente en un sistema de coordenadas cartesianas los siguientes vectores geométricos:  , donde  y  y , donde  y .

a) Determinar analíticamente las componentes del vector .

b) Determinar analíticamente las componentes del vector 5. .

**Ejercicio 6**. Sean *u* = (3*,-*2, 4), *v* = (6,−1*,*5) y *w* = (0,2*,*3) vectores de IR3, determinar las componentes de los vectores:

1. *u* + *v*
2. −4*u* + 2*v*
3. 3*w* + *v*
4. *v* – *w*

Graficar todos los vectores resultantes en un mismo sistema de ejes cartesianos.

**Ejercicio 7.** Determinar los vectores u y v de IR2, tales que verifican el siguiente sistema:



**Ejercicio 8**. Determinar los valores de x, y de IR, que verifican:

 x . (1,2) + y . (0,3) = (4 , -3)

**Ejercicio 9**. Determinar si existen los escalares x, y de IR tales que:

x . (-2,1) + y. (-4, 2) = (0 ,0)

**Ejercicio 10**. Demostrar en IR3 que siendo u, v vectores y t y k escalares reales, se cumple que:

 ( t+k). u = t.u + k.u

**Ejercicio 11.** Determinar en cada caso, si el vector w es una combinación lineal de los vectores de la familia F:

1. F = {} y w = 
2. F = {} y w = 
3. F = {} y w = **

**Ejercicio 12.** Determinar todos los escalares c1, c2 y c3 tales que:

 c1 . (2,7,8) + c2 . (1,-1,3) + c3 . (3,6,1) = (0 ,0, 0).

**Ejercicio 13.** Determinar si las siguientes familias de vectores son libres o ligadas:

1. *En IR2 (IR): *
2. *En IR2 (IR): *
3. *En IR3 (IR): *
4. *En IR3 (IR): *

**Ejercicio 14.** Colocar V o F según corresponda:

1. Una familia ligada posee todos sus vectores linealmente independientes.
2. Si el vector nulo pertenece a una familia de vectores, entonces es una familia ligada.
3. Dada una familia de vectores linealmente independientes, entonces se puede afirmar que todos se pueden expresar como combinación lineal de los demás vectores de la familia.

**Ejercicio 15**. Sean los vectores u = ( -2, 3) y v = (-3,5) de IR2, verificar que:

1. || u || ≥ 0
2. || -5. u || = | -5 | . || u ||
3. || u + v || ≤ || u || + || v ||

**Ejercicio 16**. Sea u = (1, k, 0) un vector de IR3. Hallar todos los valores de k reales, tal que ||u|| = 2.

**Ejercicio 17.** Sea w = k.(2,2,1) un vector de IR3. Hallar todos los valores de k reales, tal que ||w|| = 1.

**Ejercicio 18**. Normalizar el vector  en los siguientes casos:

1. a= (1,-2) y b= (-2,1) de IR2.
2. a= ( 1,0,2) y b= (2,-4,5) de IR3.

**Ejercicio 19**. Sean *v* = (2*,*−1*,*1); *w* = (1*,*0*,*2) y *u* = (−2*,*−2*,*1), vectores de IR3. Calcular.

(a) || v || + || w || (b) || 3.v || + || 3.u || 

**Ejercicio 20**. Sean los puntos del espacio tridimensional: a= (1,1,1), b = (1,−1,0) y c = (2,−1,−1). Calcular:

1. || ||
2. || 2- 3 ||

**Ejercicio 21.** Sean los vectores u = ( 1, 2) , v = (4, -2) y w = ( 6,0) de IR2 . Determinar:

1. U • ( 7 v+ w)
2. || ( u • w) w ||
3. || u || ( v • w)
4. ( || u || v) • w

**Ejercicio 22**. Encontrar todos los vectores:

1. u = (x, y) de IR2 ortogonales a v = (-2, 3).
2. u = (x, y, z) de IR3 ortogonales a v = (1,-1,-1) y w = (0, 1,-1).

**Ejercicio 23.** Comprobar que las diagonales del romboide abcd, son perpendiculares, siendo a = (2, 3), b = (0,5), c = (4,5) y d = (2,8) puntos de IR2.

**Ejercicio 24**. a) Encontrar un vector ortogonal al vector u = (1*,*1) de longitud 8. ¿Es único ese vector? b) Encontrar todos los vectores ortogonales al vector w= (0*,*0*,*1) de longitud 1.

**Ejercicio 25**. En cada uno de los siguientes casos hallar el ángulo que forman los vectores u y v:

|  |  |
| --- | --- |
| (a) u = (1,1), v = (−1,0) de IR2 (b) u = (1,2), v= (−2,1) de IR2 |  c)u = (2,1,1), v = (1,−1,2) de IR3 |

**Ejercicio 26**. Sea u = (1,1) un vector de IR2. Hallar todos los vectores w de IR2 tal que el ángulo entre u y w sea igual a  y |I w || = 1.

**Ejercicio 27**. Determinar la longitud de los lados de un cuadrilátero abcd si se sabe que: a = (-2, 2), b = (-2, 7), c = (3, 7) y d = (6, 2) de IR2.

1. ¿Es abcd un rectángulo? Justificar analíticamente tu respuesta.
2. Calcular su área y la longitud de las diagonales.

**Ejercicio 28**. Dado el triángulo , donde a = (2, 1), b = (3, 3) y c = (4, 1), determinar la amplitud de sus ángulos interiores.

**Ejercicio 29.** Sean los puntos del espacio tridimensional: p = (1,1,1) y q = (k,−k,2). Hallar todos los valores de k reales, tales que d(p, q) = 2.

**Ejercicio 30.** Hallar el perímetro del triángulo determinado por los puntos: a= (-2, 0, -1), b = (-2, -1, 3) y

c = (-1, 1, 1) de IR3. Clasificar dicho triángulo según la medida de sus lados y según sus ángulos.

**Ejercicio 31**. Sean los vectores u = (1,2,2), v = (−1,1,2) y w = (−2,2,−1) de IR3. Calcular:

1. u × w (c) (u × v) × w
2. v × w

 **Ejercicio 32.** Sean u = (2,−1,−2) y v = (−3,2,4) vectores de IR3. Hallar un vector de IR3 que sea ortogonal a u y a v, y que tenga longitud 5. ¿Es único ese vector?

**Ejercicio 33**. Sea el vector u = (2,1,5) de IR3

1. Determinar si existe el vector w de IR3, tal que uXw = (2,1,−1).
2. Determinar si existe el vector w de IR3, tal que uXw = (3,1,−1).
3. Para cada uno de los ítems anteriores responder las siguientes preguntas.
	1. En caso de existir, ¿es única la solución?
	2. ¿Se puede determinar la existencia o no existencia del vector w sin calcularlo? ¿Como?

**Ejercicio 34**. Sean u = (2,2,0) y w = (x, y, z) vectores de IR3. Determinar una condición necesaria y suficiente sobre x, y, z para que u × w = 0.

**Ejercicio 35.** Calcular el volumen del paralelepípedo determinado por los vectores u= (-1*,*4*,*−3), v = (3*,*-2*,*0) y w = (3*,*1*,*−3) de IR3.

**Ejercicio 36**. Hallar el área del paralelogramo determinado por los vectores: u = (-2, 0, 3) y w = (-1, 3, -5) de IR3

**Ejercicio 37**. Calcular el área del triángulo de vértices en los puntos a= (5*,*3*,*−2), b = (1*,*5*,*0) y c = (1*,*1*,*−3) de IR3.