Introducción al Algebra Lineal

Año 2017 Practica 3: Vectores geométricos del plano y del espacio

Ejercicio 1. Sea la cupla (a,b) y los puntos d y e del plano puntual P. Encontrar los puntos f y g tal que se verifique: (a,b)~(d,f) y (e,g) ~(a,b).

 d•

 a •

 b • e

Ejercicio 2. En Vo,2 construir gráficamente el vector suma + en cada una de las siguientes situaciones:

a) b) o a b

 a

 o

 b c) a o • b

Ejercicio 3. A partir del vector fijo  de la figura construir:

a) 3**.**  a

b) 1/2**.**  o

c) -3/5 

Ejercicio 4. Sean los puntos a = (2,4) y b = (5,3) de IR2:

1. Hallar gráficamente un vector equipolente al vector  con origen en (−1*,*1).
2. Hallar gráficamente un vector equipolente al vector con extremo en (3*,*−1).

Ejercicio 5. Sean los vectores geométricos:  , donde  y  y , donde  y .

**a)** Determinar las componentes del vector .

 **b)** Determinar las coordenadas del punto medio del vector .

 Ejercicio 6. Sean *u* = (3*,*2), *v* = (−1*,*5) y *w* = (2*,*2) vectores de IR2, determinar las componentes de los vectores:

1. *u* + *v*
2. −2*u* + 2*v*
3. 3*w* + *v*
4. *v* − *w*

Graficar todos los vectores en un mismo sistema de ejes cartesianos.

Ejercicio 7. Sean *u* = (3*,-*2, 4), *v* = (6,−1*,*5) y *w* = (0,2*,*3) vectores de IR3, determinar las componentes de los vectores:

1. *u* + *v*
2. −4*u* + 2*v*
3. 3*w* + *v*
4. *v* – *w*

Graficar todos los vectores en un mismo sistema de ejes cartesianos.

Ejercicio 8. Determinar los vectores u y v de IR2, tales que verifican el siguiente sistema:



Ejercicio 9. Determinar los valores de x, y, z de IR, que verifican:

 x . (1,2,0) + y . (0,3,0) + z . (0,0,-2) = (a ,b, c)

Ejercicio 10. Determinar todos los escalares c1, c2 y c3 tales que:

c1 . (2,7,8) + c2 . (1,-1,3) + c3 . (3,6,1) = (0 ,0, 0)

Ejercicio 11. Demostrar en IR3 que siendo u, v vectores y t y k escalares reales, se cumple que:

 ( t+k). u = t.u + k.u

Ejercicio 12. Sean u = ( -2, 3) y v = (-3,5) de IR2, verificar que:

1. || u || ≥ 0
2. || -5. u || = | -5 | . || u ||
3. || u + v || ≤ || u || + || v ||

Ejercicio 13.

1. Sea u = (1, k, 0) de IR3. Hallar todos los valores de k ∈ IR tales que || u || = 2.
2. Sea w = k(2,2,1). Hallar todos los valores de k ∈ IR tales que || w || = 1.
3. Sean los puntos del espacio tridimensional: p = (1,1,1) y q = (k,−k,2). Hallar todos los valores de k ∈ IR tales que d(p, q) = 2.

Ejercicio 14. Sean *v* = (2*,*−1*,*1); *w* = (1*,*0*,*2) y *u* = (−2*,*−2*,*1), vectores de IR3. Calcular.

(a) || v || + || w || (b) || 3.v || + || 3.u || 

Ejercicio 15. Sean los puntos del espacio tridimensional: a= (1,1,1), b = (1,−1,0) y c = (2,−1,−1). Calcular:

1. || ||
2. || 2- 3 ||

Ejercicio 16. Hallar el perímetro del triángulo determinado por los puntos: a= (-2, 0, -1), b = (-2, -1, 3) y

c = (-1, 1, 1) de IR3. Clasificar dicho triángulo según la medida de sus lados.

Ejercicio 17. Sean los vectores u = ( 1, 2) , v = (4, -2) y w = ( 6,0) . Determinar:

1. U • ( 7 v+ w)
2. || ( u • w) w ||
3. || u || ( v • w)
4. ( || u || v) • w

Ejercicio 18. Encontrar todos los vectores:

1. (x, y) de IR2 ortogonales a (-2, 3).
2. (x, y, z) de IR3 ortogonales a (1,-1,-1) y (0, 1,-1).

Ejercicio 19. Comprobar que las diagonales del rombo abcd, son perpendiculares, siendo a = (2, 3), b = (0,5), c = (4,5) y d = (2,8).

Ejercicio 20.

1. Encontrar un vector ortogonal a (1*,*1) de longitud 8. ¿Es unico ese vector?
2. Encontrar todos los vectores ortogonales a (0*,*0*,*1) de longitud 1.

Ejercicio 21. En cada uno de los siguientes casos hallar el ángulo que forman los vectores u y v:

|  |  |
| --- | --- |
| (a) *u* = (1*,*1), *v* = (−1*,*0) (b) *u* = (1*,*2), *v*= (−2*,*1) |  1. *u* = (2*,*1*,*1), *v* = (1*,*−1*,*2)
 |

Ejercicio 22. Sea u = (1,1). Hallar todos los vectores v de IR2 tal que el ángulo entre u y v sea igual a  y |I u || = 1.

Ejercicio 23. Sean los vectores u = (1,2,2), v = (−1,1,2) y w = (−2,2,−1) de IR3. Calcular:

1. u × w (c) (u × v) × w
2. v × w

Ejercicio 24. Sean u = (2,−1,−2) y v = (−3,2,4) vectores de IR3. Hallar un vector de IR3 que sea ortogonal a u y a v, y que tenga longitud 5. ¿Es único ese vector?

Ejercicio 25. Sea u = (2,1,5) de IR3

1. Determinar si existe el vector w de IR3, tal que uXw = (2,1,−1).
2. Determinar si existe el vector w de IR3, tal que uXw = (3,1,−1).
3. Para cada uno de los ítems anteriores responder las siguientes preguntas.
	1. En caso de existir, ¿es única la solución?
	2. ¿Se puede determinar la existencia o no existencia del vector w B sin calcularlo? ¿Como?

Ejercicio 26. Sean u = (2,2,0) y w = (x,y,z) vectores de IR3. Determinar una condición necesaria y suficiente sobre x, y, z para que u × w = 0.

Ejercicio 27. Halle el área del paralelogramo determinado por los vectores: u = (-2, 0, 3) y w = (-1, 3, -5) de IR3

Ejercicio 28. Calcular el área del triángulo de vértices en los puntos a= (1*,*3*,*−2), *b* = (1*,*5*,*0) y *c* = (1*,*1*,*−2).