
Introducción al Álgebra Lineal

Año 2017

Práctica 1: Sistemas de ecuaciones lineales

Ejercicio 1. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales mediante operaciones elementales en las ecuaciones.

$$(a) \begin{cases} -x + y - z = 1 \\ -2x + y + 3z = 10 \\ 3x + y + 2z = 3 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} y + 2z = 6 \\ 3x - 3y - 3z = -15 \\ x + 3y + 3z = 11 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} 3y + z = -9 \\ 3x + y = -8 \\ 3x + 7y + 2z = -26 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ x - 6y = 0 \\ -7x - 3y = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 2. Resolver los sistemas de ecuaciones lineales del ejercicio anterior mediante sustitución.

Ejercicio 3. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales aplicando el método de eliminación de Gauss-Jordan.

$$(a) \begin{cases} -x + y - z = 1 \\ -2x + y + 3z = 10 \\ 3x + y + 2z = 3 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x - y + 4z = 0 \\ 2x - 3y + z = 0 \\ 3x + y - 2z = 0 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} \frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + x_3 = 5 \\ -\frac{1}{3}x_1 - \frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{3}x_3 = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = -2 \\ 2x_1 + 6x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 2 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} x_1 + x_3 + x_4 = -5 \\ x_1 - x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 + 2x_3 = -2 \end{cases}$$

Ejercicio 4. En cada uno de los siguientes items hallar todos los valores de a tales que el sistema dado tenga solución única, infinitas soluciones o no tenga solución.

$$(a) \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 = 4 \\ 4x_1 + 10x_2 = a \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 4x - ay = 8 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + ax_3 = 2 \\ x_1 + 3ax_2 - x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 = 1 \end{cases}$$

Ejercicio 5. Hallar los valores de $a \in \mathbb{R}$ para los cuales el siguiente sistema tiene infinitas soluciones y resolver el sistema para cada uno de los valores de a hallados.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ a^2x_2 + 4x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = a \end{cases}$$

Ejercicio 6. Hallar un polinomio $P(x)$ de grado menor o igual a 3 tal que $P(0) = 1$, $P(1) = 5$, $P(2) = 15$ y $P(-1) = -9$.

Ejercicio 7. Hallar $A, B, C, D \in \mathbb{R}$ tales que

$$\frac{1}{(x-1)^2(x-2)^2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x-2} + \frac{D}{(x-2)^2}$$

para todo $x \in \mathbb{R} - \{1, 2\}$.

Ejercicio 8. A una alumna se le asigna una nueva habitación. Al preparar sus libros, observa que si coloca 7 libros en cada caja, dejará uno afuera. Por otro lado, si pone 8 libros en cada caja, entonces la última caja sólo contiene un libro. Determine la cantidad de cajas y libros que la alumna posee.

Ejercicio 9. Calcule la longitud de cada lado de un triángulo isósceles cuyo perímetro es 16 metros, y la diferencia de longitud de dos de sus lados es de 2 metros.

Ejercicio 10. Ariel, Bárbara y Cecilia van juntos a cenar. Ariel come dos hamburguesas y un pancho y toma dos gaseosas. Bárbara come una hamburguesa y un pancho y toma una gaseosa. Cecilia come dos panchos y toma una gaseosa. Al terminar, piden las cuentas por separado. Ariel debe pagar \$32, Bárbara \$19 y Cecilia \$17. ¿Cuáles son los precios de la hamburguesa, del pancho y de la gaseosa?

Ejercicio 11. Tres máquinas de tornillos (A,B,C) producen juntas 84 tornillos por día. El doble de la producción de la máquina A es igual a la tercera parte de lo producido por las otras dos máquinas juntas. La máquina B produce 12 piezas más que la mitad de la producción de las otras dos juntas. ¿Cuál es la producción diaria de cada una?

Ejercicio 12. Resuelva por el método de Cramer los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.

$$(a) \begin{cases} 5x - 2y = -1 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 2x + y + 3z = 2 \\ -2x + y + 3z = -1 \\ x + 2y - z = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 13. Analiza para que valores de k , el siguiente sistema homogéneo posee solución no trivial:

$$(a) \begin{cases} (1-k)x + 2y = 0 \\ -x + 2(1+k)y = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 14. Analiza el tipo de soluciones para los siguientes sistemas de ecuaciones lineales dados por sus matrices ampliadas:

$$(a) \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{array} \right)$$

$$(c) \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 3 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 & 0 \end{array} \right)$$

$$(b) \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$