
Introducción al Álgebra Lineal

Año 2016

Práctica 5: Autovectores y autovalores

Ejercicio 1. Calcular el polinomio característico de cada una de las siguientes matrices:

$$(a) \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$(c) \begin{pmatrix} -2 & -7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(e) \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 10 & -9 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$(d) \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 2. Calcular los autovalores de cada una de las siguientes matrices.

$$(a) \begin{pmatrix} -7 & 5 \\ -10 & 8 \end{pmatrix}$$

$$(c) \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(e) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -5 & -4 \\ 0 & 8 & 7 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(d) \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3. Sea $k \in \mathbb{R}$ y sea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \\ k & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

(a) Hallar todos los valores de k tales que la matriz A tiene a 1 como autovalor.

(b) Para los valores de k hallados en el ítem anterior calcular todos los autovalores de A .

Ejercicio 4. Encontrar los autovalores de A^{25} para $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 5. Demostrar que la ecuación característica de una matriz A de 2×2 se puede expresar como $\lambda^2 - \text{tr}(A)\lambda + \det(A) = 0$, donde $\text{tr}(A)$ es la traza de A .

Ejercicio 6. En cada uno de los siguientes ítems decidir si la matriz A es diagonalizable y en caso afirmativo hallar matrices C y D tales que $A = CDC^{-1}$ y D es diagonal.

$$(a) \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(c) \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 3 & -4 & 6 \\ 5 & -5 & 9 \end{pmatrix}$$

$$(e) \begin{pmatrix} 4 & 6 & 6 \\ 1 & 3 & 2 \\ -1 & -5 & -2 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(d) \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 7.

(a) Sea $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$. Calcular A^{14} .

(b) Sea $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$. Calcular A^{10} .

Ejercicio 8. Sea $k \in \mathbb{R}$ y sea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \\ k & 3 & -1 \end{pmatrix}$. Se sabe que -2 es un autovalor de la matriz A . Decidir si A es diagonalizable.