

Electromagnetismo

2014

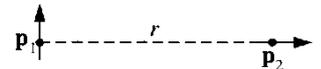
Práctico 3

Problema 1

De acuerdo a la ecuación $\mathbf{p}=\alpha\mathbf{E}$, el momento dipolar inducido de un átomo es proporcional al campo externo. Esta no es una ley fundamental, y en teoría es fácil confeccionar excepciones. Suponga, por ejemplo, que la densidad de carga de la nube electrónica fuera proporcional a la distancia desde el centro, afuera de un radio R . ¿A qué potencia de \mathbf{E} sería proporcional \mathbf{p} en este caso?

Problema 2

En la Figura 1 se muestran dos dipolos perfectos (\mathbf{p}_1 y \mathbf{p}_2) separados una distancia r .



1. ¿Cuál es el torque sobre \mathbf{p}_1 debido a \mathbf{p}_2 ?
2. ¿Cuál es el torque sobre \mathbf{p}_2 debido a \mathbf{p}_1 ?

En cada caso calcular el torque del dipolo respecto a su propio eje.

Figura 1

Problema 3

Mostrar que la energía de un dipolo ideal \mathbf{p} en un campo eléctrico \mathbf{E} está dado por:

$$U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$$

Problema 4

Un cilindro corto, de radio a y longitud L , tiene una polarización uniforme \mathbf{P} paralela a su eje. Encontrar la carga ligada, y hacer un bosquejo del campo eléctrico para:

1. $L \gg a$
2. $L \ll a$
3. $L \cong a$

Este dispositivo se conoce como 'electro barra' (*bar electret*); es el análogo al magneto barra. En la práctica, solamente materiales muy especiales –el ejemplo más familiar es el titanato de bario- tendrán una polarización eléctrica permanente.

Problema 5

Cuando se polariza a un dieléctrico neutro, la carga se mueve un poco, pero la total permanece en cero. Este hecho sería reflejado en las cargas ligadas σ_b y ρ_b . Probar a partir de las ecuaciones 4.11 y 4.12 que la carga ligada total desaparece.

Problema 6

Suponga que el campo dentro de una gran pieza de dieléctrico es \mathbf{E}_0 , de modo que el desplazamiento eléctrico es:

$$\mathbf{D}_0 = \epsilon_0\mathbf{E}_0 + \mathbf{P}$$

1. Una pequeña cavidad esférica (Fig. 2 (a)) está ahuecada en el material. Encontrar el campo en el centro de la cavidad en términos de \mathbf{E}_0 y \mathbf{P} . También encontrar el desplazamiento en el centro de la cavidad en términos de \mathbf{D}_0 y \mathbf{P} .
2. Hacer lo mismo para una cavidad con forma de aguja larga paralela a \mathbf{P} (Fig. 2 (b)).
3. Hacer lo mismo para una cavidad con forma de disco delgado perpendicular a \mathbf{P} (Fig. 2 (c)).

Suponga que las cavidades son lo suficientemente pequeñas para que \mathbf{P} , \mathbf{E}_0 y \mathbf{D}_0 sean uniformes. Ayuda: Tallar una cavidad es lo mismo que superponer un objeto de la misma forma pero polarización opuesta.

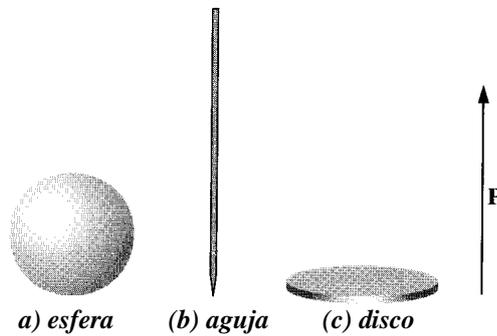


Figura 2

Problema 7

Un cierto cable coaxial consiste de un alambre de cobre, de radio a , rodeado por un tubo concéntrico de cobre de radio interno c (Fig. 3). El espacio entre ellos está parcialmente lleno (desde b hasta c) con material dieléctrico de constante ϵ_r . Encontrar la capacitancia por unidad de longitud de este cable.

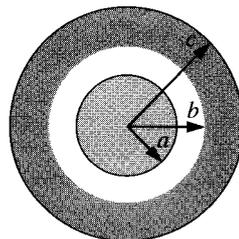


Figura 3

Problema 8

Encontrar el campo dentro de una esfera de material dieléctrico lineal en un campo eléctrico uniforme \mathbf{E}_0 (Ejm. 4.7) siguiendo el método de aproximaciones sucesivas: Primero suponer que el campo dentro es justo \mathbf{E}_0 , y usar la Ec. 4.30 para escribir la polarización \mathbf{P}_0 . Esta polarización genera su propio campo, \mathbf{E}_1 (Ejm. 4.2), el cual modifica la polarización en una cantidad \mathbf{P}_1 , la cual cambia el campo por una cantidad \mathbf{E}_2 , y así siguiendo. El campo resultante es $\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots$. Sume las series, y compare su respuesta con la Ec. 4.49.

Problema 9

Un conductor esférico, de radio a , una carga Q (Fig. 4). Está rodeado por material dieléctrico lineal de susceptibilidad χ_e , con radio b . Encontrar la energía de esta configuración (Ec. 4.58).

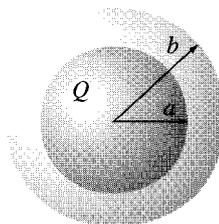


Figura 4

Problema 10

Dos tubos metálicos cilíndricos coaxiales (radio interno a , radio externo b) están parados verticalmente en un tanque de aceite dieléctrico (de susceptibilidad χ_e y densidad de masa ρ). El tubo interno se mantiene al potencial V , y el externo a tierra (Fig. 5). ¿A qué altura (h) subirá el aceite en el espacio entre los tubos?

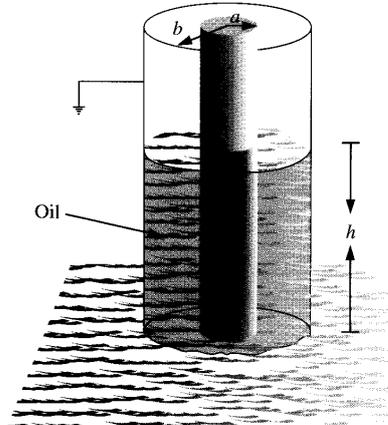


Figura 5

Problema 11

Un cubo dieléctrico de lado a , centrado en el origen, tiene una polarización ‘frizada’ $\mathbf{P}=k\mathbf{r}$, donde k es una constante. Encontrar todas las cargas ligadas, y chequear que sumen cero.

Problema 12

En la interfaz entre un dieléctrico lineal y otro las líneas de campo eléctrico se quiebran (Fig. 6). Asumiendo que no hay cargas libres en la frontera, mostrar que: $\tan\theta_2/\tan\theta_1 = \epsilon_2/\epsilon_1$

Comentario: La ecuación anterior evoca a la ley de Snell en óptica. ¿Podría una “lente” convexa de material dieléctrico tender a “focalizar” o “desfocalizar” el campo eléctrico?

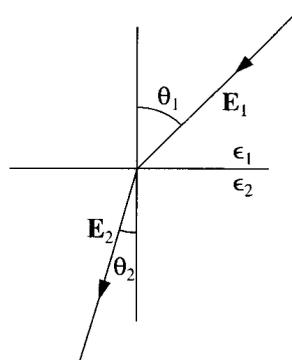


Figura 6

Problema 13

Probar el siguiente teorema de unicidad: Un volumen \mathcal{V} contiene una específica distribución de carga libre, y varias piezas de material dieléctrico lineal, con las susceptibilidades de cada una dadas. Si el potencial está especificado sobre las fronteras \mathcal{S} y \mathcal{V} ($V=0$ sería posible en el infinito) entonces el potencial a través de \mathcal{V} está unívocamente determinado. (Ayuda: integrar $\nabla \cdot (V_3 \mathbf{D}_3)$ sobre \mathcal{V}).