Electromagnetismo

2014

Práctico 8

Problema 1

Mostrar que una onda estacionaria

$$f(z,t) = A\text{sen }(kz)\cos(kvt)$$

satisface la ecuación de onda. Escribir $f(z,t)$ como la suma de una onda viajando hacia la derecha y una onda viajando hacia la izquierda.

Problema 2

Calcular el tensor de Maxwell de una onda plana monocromática en el vacío, viajando en la dirección z y polarizada linealmente en la dirección x.

Problema 3

Considerar dos medios de índice de refracción n_1 y n_2, cuya frontera es un plano con normal $\hat{\mathbf{n}}$. Suponer que una onda plana monocromática de frecuencia ω, vector de onda $\mathbf{k}$ y polarización $\mathbf{p}$ en el medio 1 incide en la frontera con el medio 2.

1. Descomponer la onda incidente en dos ondas con polarizaciones perpendiculares, una de ellas con polarización perpendicular a $\hat{\mathbf{n}}$.

2. Tratando cada una de las polarizaciones por separado, encontrar la onda reflejada y la onda transmitida.

3. Mostrar que se cumplen las siguientes leyes de la óptica geométrica:

    (a) La dirección de propagación de la onda incidente, reflejada y transmitida están en un mismo plano, que incluye también la normal a la superficie.

    (b) El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.

    (c) Ley de Snell: el ángulo de la onda incidente con la normal y el ángulo de la onda transmitida con la normal satisfacen $n_1\text{sen }\theta_I = n_2\text{sen }\theta_T$.

4. Encontrar la polarización de la onda transmitida y reflejada. Graficar.

5. Encontrar la amplitud de la onda transmitida y reflejada. Graficar.

6. Encontrar la intensidad de la onda transmitida y reflejada. Graficar.

7. Encontrar la diferencia de fase entre la onda incidente y las ondas reflejadas y transmitidas.

Problema 4

1. Mostrar que la "skin depth" en un mal conductor ($\sigma << \omega\epsilon$) es

$$d = \frac{2}{\sigma}\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}.$$

   Encontrar d para agua pura.

2. Mostrar que la "skin depth" para un buen conductor ($\sigma >> \omega\epsilon$) es

$$d = \frac{\lambda}{2\pi}$$

   donde λ es la longitud de onda electromagnética en el conductor. Encontrar d para un metal típico ($\sigma \approx 10^7 (\Omega m)^{-1}$) en el rango visible ($\omega \approx 10^{15} s^{-1}$) suponiendo que $\epsilon \approx \epsilon_0$ y $\mu \approx \mu_0$.

3. Mostrar que en un buen conductor el campo magnético tiene una fase retrasada en $\pi/4$ con respecto al campo eléctrico y encontrar la relación entre las amplitudes. Usar un metal típico para evaluar los valores numéricos.

Problema 5

Considerar una onda electromagnética en un dieléctrico lineal que incide perpendicularmente en un medio conductor. Encontrar la onda transmitida y la onda reflejada.

Problema 6

Resolver el problema de ondas TM en una guía de ondas rectangular.

Problema 7

Considerar el campo eléctrico en coordenadas esféricas dado por

$$\mathbf{E}(r,\theta,\phi,t) = A\frac{\text{sen }\theta}{r}\left[\cos(kr-\omega t) - \frac{1}{kr}\text{sen }(kr-\omega t)\right]\hat{\boldsymbol{\phi}}, \qquad \frac{\omega}{k} = c.$$

1. Mostrar que $\mathbf{E}$ satisface las ecuaciones de Maxwell en vacío y encontrar el campo magnético asociado (pueden pedir auxilio a Sage, Mathematica, etc., que para algo tendrían que servir).

2. Calcular el vector de Poynting. Promediar $\mathbf{S}$ sobre un ciclo para obtener el vector de intensidad $\mathbf{I}$.

3. Determinar la potencia total irradiada.

Problema 8

Considerar una "cavidad resonante" formada cerrando una guía de ondas rectangular en sus extremos, en $z = 0$ y en $z = d$. Mostrar que las frecuencias de resonancia para los modos TE y TM están dados por

$$\omega_{lmn} = c\pi\sqrt{\left(\frac{l}{d}\right)^2 + \left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}, \qquad l,m,n \in \mathbb{N}_0.$$

Encontrar los campos eléctricos y magnéticos asociados a cada frecuencia de resonancia. ¿Qué tamaño tendría que tener la cavidad si quiero usarla en su frecuencia más baja como parte de un láser rojo?, ¿y para un microondas?