

> **with(LinearAlgebra):with(linalg):**

Ejercicio 13

> **A:=Matrix([[2,-2],[1,3],[1,0]]);**

$$A := \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

> **B:=Matrix([[1,2,3],[2,0,0],[1,-1,0]]);**

$$B := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

> **C:=Matrix([[1,1,-1],[2,1,-1],[0,1,0]]);**

$$C := \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

> **d:=Matrix([[2,1],[0,-2]]);**

$$d := \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

> **E:=Matrix([[2,2,1],[1,-1,0]]);**

$$E := \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

(a)

> **Multiply(B,A);**

$$\begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 4 & -4 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}$$

(b)

> **Multiply(B,C);**

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & -3 \\ 2 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(c)

> **Multiply(C,B);**

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 6 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(d)

> **Multiply(A,B);**

Error, (in LinearAlgebra:-MatrixMatrixMultiply) first matrix column dimension (2) \neq second matrix row dimension (3)

(e) No se puede hacer la cuenta BA-C.

(f)

> **Multiply(E,d);**

Error, (in LinearAlgebra:-MatrixMatrixMultiply) first matrix column dimension (3) \neq second matrix row dimension (2)

(g)

> **Multiply(d,A);**

Error, (in LinearAlgebra:-MatrixMatrixMultiply) first matrix column dimension (2) \neq second matrix row dimension (3)

(h)

> **Multiply(E,A)+d;**

$$\begin{bmatrix} 9 & 3 \\ 1 & -7 \end{bmatrix}$$

(i)

> **Multiply(A,E)+3*C;**

$$\begin{bmatrix} 5 & 9 & -1 \\ 11 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 14

(a)

> **A:=Matrix([[1,2,3],[4,5,6],[-1,2,-3]]); b:=<3,6,-3>;**

> **sa:=solve(convert([seq((Multiply(A,<b1,b2,b3>))[i]=b[i],i=1..3]),set),{b1,b2,b3}));**

> **B:=eval(<b1,b2,b3>,sa);**

$$B := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(b)

> **A:=Matrix([[1,2],[0,1]]);b:=Matrix([[1,0],[0,1]]);**

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$b := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

> **sb:=solve(convert([seq((Multiply(A,Matrix([[b1,b2],[b3,b4]])))[i]quo(i,2)+1,irem(i,2)+1]=b[i]quo(i,2)+1,irem(i,2)+1],i=0..3)],set),{b1,b2,b3,b4});**

$$sb := \{b3 = 0, b4 = 1, b1 = 1, b2 = -2\}$$

> **B:=eval(Matrix([[b1,b2],[b3,b4]]),sb);**

$$B := \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(c) No existen matrices B que verifiquen la ecuación.

(d)

> **A:=Matrix([[1,2],[2,4]]);b:=Matrix([[1,3],[2,6]]);**

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$b := \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

> **sb:=solve(convert([seq((Multiply(A,Matrix([[b1,b2],[b3,b4]]))
[iquo(i,2)+1,irem(i,2)+1]=b[iquo(i,2)+1,irem(i,2)+1],i=0..3)],set),{b1,b2,b3,b4});**

$$sb := \{b2 = 3 - 2 b4, b1 = 1 - 2 b3, b3 = b3, b4 = b4\}$$

> **B:=eval(Matrix([[b1,b2],[b3,b4]]),sb);**

$$B := \begin{bmatrix} 1 - 2 b3 & 3 - 2 b4 \\ b3 & b4 \end{bmatrix}$$

(e) No hay matrices B que verifiquen la ecuaci'on.

(f)

> **A:=Matrix([[1,1,0],[-1,-1,-1],[0,2,3]]);b:=Matrix([[2,-1],[3,0],[1,2]]);**

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$b := \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

> **sb:=solve(convert([seq((Multiply(A,Matrix([[b1,b2],[b3,b4],[b5,b6]]))
[irem(i,3)+1,irem(i,2)+1]=b[irem(i,3)+1,irem(i,2)+1],i=0..5)],set),{b1,b2,b3,b4,b5,b6});**

$$sb := \left\{ b6 = 1, b5 = -5, b1 = -6, b3 = 8, b4 = \frac{-1}{2}, b2 = \frac{-1}{2} \right\}$$

> **B:=eval(Matrix([[b1,b2],[b3,b4],[b5,b6]]),sb);**

$$B := \begin{bmatrix} -6 & \frac{-1}{2} \\ 8 & \frac{-1}{2} \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 15

> **B:=Matrix([[2,1],[2,-1]]);**

$$B := \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

> **sb:=solve(convert([seq((Multiply(B,Matrix([[a1,a2],[a3,a4]])))[iquo(i,2)+1,irem(i,2)+1]=
(Multiply(Matrix([[a1,a2],[a3,a4]]),B))[iquo(i,2)+1,irem(i,2)+1],i=0..3)],set),{a1,a2,a3,a4});**

$$sb := \{a3 = 2 a2, a1 = -a2 + a4, a4 = a4, a2 = a2\}$$

> **A:=eval(Matrix([[a1,a2],[a3,a4]]),sb);**

$$A := \begin{bmatrix} -a2 + a4 & a2 \\ 2 a2 & a4 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 16

(a)

> **A:=Matrix([[2,1],[-1,1]]);B:=Matrix([[1,0],[2,-2]]);**

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

> **sb:=solve(convert([seq((Multiply(A-B,Matrix([[x1,x2],[x3,x4]])))[iquo(i,2)+1,irem(i,2)+1]=(A-B)
[iquo(i,2)+1,irem(i,2)+1],i=0..3)],set),{x1,x2,x3,x4});**

$$sb := \{x2 = 0, x4 = 1, x3 = 0, x1 = 1\}$$

> **X:=eval(Matrix([[x1,x2],[x3,x4]]),sb);**

$$X := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(b)

> **A:=Matrix([[2,1],[-1,-5]]);B:=Matrix([[1,0],[2,-2]]);**

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}$$

$$B := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

> **sb:=solve(convert([seq((Multiply(A-B,Matrix([[x1,x2],[x3,x4]])))[iquo(i,2)+1,irem(i,2)+1]=(A-B)[iquo(i,2)+1,irem(i,2)+1],i=0..3]),set),{x1,x2,x3,x4});**

$$sb := \{x1 = 1 - x3, x2 = 1 - x4, x3 = x3, x4 = x4\}$$

> **X:=eval(Matrix([[x1,x2],[x3,x4]]),sb);**

$$X := \begin{bmatrix} 1 - x3 & 1 - x4 \\ x3 & x4 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 17

(a)

> **A:=Matrix([[1,1,2],[1,0,-1]]);Id:=Matrix([[1,0],[0,1]]);**

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$Id := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

> **sb:=solve(convert([seq((Multiply(A,Matrix([[b1,b2],[b3,b4],[b5,b6]])))[iquo(i,2)+1,irem(i,2)+1]=Id[iquo(i,2)+1,irem(i,2)+1],i=0..3]),set),{b1,b2,b3,b4,b5,b6});**

$$sb := \{b4 = -1 - 3 b6, b1 = b5, b3 = -3 b5 + 1, b2 = 1 + b6, b5 = b5, b6 = b6\}$$

> **B:=eval(Matrix([[b1,b2],[b3,b4],[b5,b6]]),sb);**

$$B := \begin{bmatrix} b5 & 1 + b6 \\ -3 b5 + 1 & -1 - 3 b6 \\ b5 & b6 \end{bmatrix}$$

(b) No existe ninguna matriz C que cumpla lo pedido.

Ejercicio 18:

(a)

> inverse(Matrix([[3,0],[0,3]]));

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

(b)

> inverse(Matrix([[1,2],[0,-1]]));

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

(b)

> inverse(Matrix([[1,2],[0,-1]]));

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

(c) No es inversible.

(d)

> inverse(Matrix([[2,1,1],[0,1,1],[3,1,-1]]));

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{3}{4} & \frac{5}{4} & \frac{1}{2} \\ \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

(e) No es inversible

Ejercicio 19:

De elaboración personal.

Ejercicio 20:

> **AB:=Matrix([[-1,1,1,4,0],[0,1,2,3,0],[1,1,1,-1,2],[2,1,1,0,3],[1,3,3,1,4]]);**

$$AB := \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

> **x:=Transpose(LinearSolve(AB,free='x'));**

$$x := [1, 2, -1, 0]$$

Ejercicio 21:

> **A:=Matrix([[1,1,2],[0,1,1],[1,2,3]]);B:=Matrix([[1,1,2,1],[0,2,1,-4],[-1,-1,-2,-1]]);**

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -4 \\ -1 & -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

> **Transpose(LinearSolve(Multiply(A,B),<0,0,0>,free='x'));**

$$[x_2 - x_3 - 5x_4, x_2, x_3, x_4]$$

Sirven, por ejemplo, los vectores (-8,-1,2,1) y (-1,0,1,0).

Ejercicio 22:

(a) Por ejemplo:

$$v=(2,2,4)-(1,3,1)=(1,-1,3)$$

$$w=(2,2,4)-(2,0,4)=(0,2,0)$$

(b) Por ejemplo:

$$(1,3,1) + (0,2,0) = (1,5,1)$$

$$(2,2,4) + (0,2,0) = (2,4,4)$$

$$(2,2,4) + (1,-1,3) = (3,1,7)$$

$$(2,2,4) + 2 \cdot (0,2,0) = (2,6,4)$$

(c) De elaboración personal.

Ejercicio 23:

(a) Por ejemplo:

$$(0,2,2) + (1,1,2) = (1,3,4)$$

$$(2,1,1) + (1,1,2) = (3,2,3)$$

son dos soluciones del sistema del ítem (a). Buscamos la tercera:

$$(2,1,1) - (0,2,2) = (2,-1,-1) \text{ es solución del sistema homogéneo asociado.}$$

Entonces

$$(3,2,3) + (2,-1,-1) = (5,1,2) \text{ es otra posible solución del sistema del ítem (a).}$$

(b) L: $X = t(2,-1,-1) + (3,2,3)$, t perteneciente a \mathbb{R} .

Ejercicio 24:

Son las matrices A de la forma $k \cdot I$ donde k es un número real e I es la matriz identidad.

Ejercicio 25:

(a) 10

(b) -18

(c) -2

(d) -9

(e) -30

(f) -120

(g) -30

(h) -210

Ejercicio 26:

(a) 0

(b) 10

(c) 24

Ejercicio 27:

(a) $k=0$, $k=-2$

(b) $k=0$, $k=1$, $k=-1$, $k=2$

Ejercicio 28

(a) 3

(b) 0

(c) -6

(d) 12

Ejercicio 29

(a) -16

(b) -1

(c) 8^{10} (8 elevado a la 10)

(d) 0

Ejercicio 30:

(a) Inversible

(b) No inversible

(c) No inversible

(d) Inversible

(e) Inversible

Ejercicio 31:

(a) x distinto de -2 y distinto de 3

(b) x distinto de 5

(c) x distinto de 1 y distinto de -2

Ejercicio 32:

(a) 1/5

(b) 40

(c) 27/5

(d) 135

Ejercicio 33:

De elaboración personal (calcular el determinante de la matriz asociada al sistema)

Ejercicio 34

(a) k distinto de 1

(b) k distinto de 1 y distinto de 2

(c) k distinto de 1 y distinto de -5/6

Ejercicio 35

> A:=Matrix([[1,-1,2],[0,a^2,4],[1,3,3]]);

$$A := \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & a^2 & 4 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

> Determinant(A);

$$a^2 - 16$$

> solve(Determinant(A)=0,a);

$$4, -4$$

> a:=4;

$$a := 4$$

> LinearSolve(A,<-4,0,a>,free='x');

Error, (in LinearAlgebra:-LA_Main:-LinearSolve) inconsistent system

> a:=-4;

$$a := -4$$

> LinearSolve(A,<-4,0,a>,free='x');

$$\begin{bmatrix} -4 + 9 x_2 \\ x_2 \\ -4 x_2 \end{bmatrix}$$

Los valores de a para los cuales el sistema tiene infinitas soluciones son: $a=-4$. La solución del sistema en este caso es la expresada arriba.

Ejercicio 36:

(a) k distinto de 2 y distinto de -2 : solución única.

k igual a -2: infinitas soluciones.

k igual a 2: no tiene solución.

(b) k distinto de 3 y distinto de -3 : solución única.

k igual a -3: infinitas soluciones.

k igual a 3: no tiene solución.

Ejercicio 37:

> A:=Matrix([[2,0,2],[2,a+1,a],[-1,a,0]]);

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 2 & a+1 & a \\ -1 & a & 0 \end{bmatrix}$$

> Determinant(A-IdentityMatrix(3));

$$5a - a^2$$

> solve(Determinant(A-IdentityMatrix(3))=0,a);

$$0, 5$$

Respuesta: $a=0$, $a=5$.

Ejercicio 38:

> A:=Matrix([[1,-3,1],[2,1,2],[0,1,-1]]);

$$A := \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

(a)

> **Adjoint(A);**

$$\begin{bmatrix} -3 & -2 & -7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

(b)

> **inverse(A);**

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{7} & \frac{2}{7} & 1 \\ \frac{-2}{7} & \frac{1}{7} & 0 \\ \frac{-2}{7} & \frac{1}{7} & -1 \end{bmatrix}$$