```
> with(LinearAlgebra):with(linalg):
```

Ejercicio 13

```
> A:=Matrix([[2,-2],[1,3],[1,0]]);
```

$$A := \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

```
> B:=Matrix([[1,2,3],[2,0,0],[1,-1,0]]);
```

$$B := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

```
> C:=Matrix([[1,1,-1],[2,1,-1],[0,1,0]]);
```

$$C := \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

```
> d:=Matrix([[2,1],[0,-2]]);
```

$$d := \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

```
> E:=Matrix([[2,2,1],[1,-1,0]]);
```

$$E := \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

(a)

```
> Multiply(B,A);
```

$$\begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 4 & -4 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}$$

(b)

```
> Multiply(B,C);
```

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & -3 \\ 2 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(c)

> Multiply(C,B);

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 6 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(d)

> Multiply(A,B);

Error, (in LinearAlgebra:-MatrixMatrixMultiply) first matrix column dimension (2) <> second matrix row dimension (3)

(e) No se puede hacer la cuenta BA-C.

(f)

> Multiply(E,d);

Error, (in LinearAlgebra:-MatrixMatrixMultiply) first matrix column dimension (3) <> second matrix row dimension (2)

(g)

> Multiply(d,A);

Error, (in LinearAlgebra:-MatrixMatrixMultiply) first matrix column dimension (2) <> second matrix row dimension (3)

(h)

> Multiply(E,A)+d;

$$\begin{bmatrix} 9 & 3 \\ 1 & -7 \end{bmatrix}$$

(i)

> Multiply(A,E)+3*C;

$$\begin{bmatrix} 5 & 9 & -1 \\ 11 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 14

(a)

```
> A:=Matrix([[1,2,3],[4,5,6],[-1,2,-3]]): b:=<3,6,-3>:
```

```
> sa:=solve(convert([seq((Multiply(A,<b1,b2,b3>))[i]=b[i],i=1..3)],set),{b1,b2,b3}):
```

```
> B:=eval(<b1,b2,b3>,sa);
```

$$B := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(b)

```
> A:=Matrix([[1,2],[0,1]]);b:=Matrix([[1,0],[0,1]]);
```

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$b := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
> sb:=solve(convert([seq((Multiply(A,Matrix([[b1,b2],[b3,b4]])))
  [iquo(i,2)+1,irem(i,2)+1]=b[iquo(i,2)+1,irem(i,2)+1],i=0..3)],set),{b1,b2,b3,b4});
```

$$sb := \{b3 = 0,\ b4 = 1,\ b1 = 1,\ b2 = -2\}$$

```
> B:=eval(Matrix([[b1,b2],[b3,b4]]),sb);
```

$$B := \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(c) No existen matrices B que verifiquen la ecuación.

(d)

```
> A:=Matrix([[1,2],[2,4]]);b:=Matrix([[1,3],[2,6]]);
```

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$b := \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

```
> sb:=solve(convert([seq((Multiply(A,Matrix([[b1,b2],[b3,b4]])))
  [iquo(i,2)+1,irem(i,2)+1]=b[iquo(i,2)+1,irem(i,2)+1],i=0..3)],set),{b1,b2,b3,b4});
```

$$sb := \{b2 = 3 - 2\ b4,\ b1 = 1 - 2\ b3,\ b3 = b3,\ b4 = b4\}$$

```
> B:=eval(Matrix([[b1,b2],[b3,b4]]),sb);
```

$$B := \begin{bmatrix} 1-2\,b3 & 3-2\,b4 \\ b3 & b4 \end{bmatrix}$$

(e) No hay matrices B que verifiquen la ecuación.

(f)

```
> A:=Matrix([[1,1,0],[-1,-1,-1],[0,2,3]]);b:=Matrix([[2,-1],[3,0],[1,2]]);
```

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$b := \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

```
> sb:=solve(convert([seq((Multiply(A,Matrix([[b1,b2],[b3,b4],[b5,b6]])))
  [irem(i,3)+1,irem(i,2)+1]=b[irem(i,3)+1,irem(i,2)+1],i=0..5)],set),{b1,b2,b3,b4,b5,b6});
```

$$sb := \left\{ b6 = 1,\ b5 = -5,\ b1 = -6,\ b3 = 8,\ b4 = \frac{-1}{2},\ b2 = \frac{-1}{2} \right\}$$

```
> B:=eval(Matrix([[b1,b2],[b3,b4],[b5,b6]]),sb);
```

$$B := \begin{bmatrix} -6 & \frac{-1}{2} \\ 8 & \frac{-1}{2} \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 15

```
> B:=Matrix([[-2,1],[2,-1]]);
```

$$B := \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

```
> sb:=solve(convert([seq((Multiply(B,Matrix([[a1,a2],[a3,a4]])))[iquo(i,2)+1,irem(i,2)+1]=
  (Multiply(Matrix([[a1,a2],[a3,a4]]),B))[iquo(i,2)+1,irem(i,2)+1],i=0..3)],set),{a1,a2,a3,a4});
```

$$sb := \{a3 = 2\,a2,\ a1 = -a2 + a4,\ a4 = a4,\ a2 = a2\}$$

```
> A:=eval(Matrix([[a1,a2],[a3,a4]]),sb);
```

$$A := \begin{bmatrix} -a2 + a4 & a2 \\ 2\,a2 & a4 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 16

(a)

```
> A:=Matrix([[2,1],[-1,1]]);B:=Matrix([[1,0],[2,-2]]);
```

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

```
> sb:=solve(convert([seq((Multiply(A-B,Matrix([[x1,x2],[x3,x4]])))[iquo(i,2)+1,irem(i,2)+1]=(A-B)[iquo(i,2)+1,irem(i,2)+1],i=0..3)],set),{x1,x2,x3,x4});
```

$$sb := \{x2 = 0,\ x4 = 1,\ x3 = 0,\ x1 = 1\}$$

```
> X:=eval(Matrix([[x1,x2],[x3,x4]]),sb);
```

$$X := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(b)

```
> A:=Matrix([[2,1],[-1,-5]]);B:=Matrix([[1,0],[2,-2]]);
```

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}$$

$$B := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

```
> sb:=solve(convert([seq((Multiply(A-B,Matrix([[x1,x2],[x3,x4]])))[iquo(i,2)+1,irem(i,2)+1]=(A-B)[iquo(i,2)+1,irem(i,2)+1],i=0..3)],set),{x1,x2,x3,x4});
```

$$sb := \{x1 = 1 - x3,\ x2 = 1 - x4,\ x3 = x3,\ x4 = x4\}$$

```
> X:=eval(Matrix([[x1,x2],[x3,x4]]),sb);
```

$$X := \begin{bmatrix} 1 - x3 & 1 - x4 \\ x3 & x4 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 17

(a)

```
> A:=Matrix([[1,1,2],[1,0,-1]]);Id:=Matrix([[1,0],[0,1]]);
```

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$Id := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
> sb:=solve(convert([seq((Multiply(A,Matrix([[b1,b2],[b3,b4],[b5,b6]])))
  [iquo(i,2)+1,irem(i,2)+1]=Id[iquo(i,2)+1,irem(i,2)+1],i=0..3)],set),{b1,b2,b3,b4,b5,b6});
```

$$sb := \{b4 = -1 - 3\ b6, b1 = b5, b3 = -3\ b5 + 1, b2 = 1 + b6, b5 = b5, b6 = b6\}$$

```
> B:=eval(Matrix([[b1,b2],[b3,b4],[b5,b6]]),sb);
```

$$B := \begin{bmatrix} b5 & 1 + b6 \\ -3\ b5 + 1 & -1 - 3\ b6 \\ b5 & b6 \end{bmatrix}$$

(b) No existe ninguna matriz C que cumpla lo pedido.

Ejercicio 18:

(a)

```
> inverse(Matrix([[3,0],[0,3]]));
```

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

(b)

```
> inverse(Matrix([[1,2],[0,-1]]));
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

(b)

```
> inverse(Matrix([[1,2],[0,-1]]));
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

(c) No es inversible.

(d)

```
> inverse(Matrix([[2,1,1],[0,1,1],[3,1,-1]]));
```

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{-1}{2} & 0 \\ \frac{-3}{4} & \frac{5}{4} & \frac{1}{2} \\ \frac{3}{4} & \frac{-1}{4} & \frac{-1}{2} \end{bmatrix}$$

(e) No es inversible

Ejercicio 19:

De elaboración personal.

Ejercicio 20:

```
> AB:=Matrix([[-1,1,1,4,0],[0,1,2,3,0],[1,1,1,-1,2],[2,1,1,0,3],[1,3,3,1,4]]);
```

$$AB := \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

```
> x:=Transpose(LinearSolve(AB,free='x'));
```

$$x := [1, 2, -1, 0]$$

Ejercicio 21:

```
> A:=Matrix([[1,1,2],[0,1,1],[1,2,3]]);B:=Matrix([[1,1,2,1],[0,2,1,-4],[-1,-1,-2,-1]]);
```

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -4 \\ -1 & -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

```
> Transpose(LinearSolve(Multiply(A,B),<0,0,0>,free='x'));
```

$$[x_2 - x_3 - 5\, x_4, x_2, x_3, x_4]$$

Sirven, por ejemplo, los vectores (-8,-1,2,1) y (-1,0,1,0).

Ejercicio 22:

(a) Por ejemplo:

v=(2,2,4)-(1,3,1)=(1,-1,3)

w=(2,2,4)-(2,0,4)=(0,2,0)

(b) Por ejemplo:

(1,3,1) + (0,2,0) = (1,5,1)

(2,2,4) + (0,2,0) = (2,4,4)

(2,2,4) + (1,-1,3) = (3,1,7)

(2,2,4) + 2.(0,2,0) = (2,6,4)

(c) De elaboración personal.

Ejercicio 23:

(a) Por ejemplo:

(0,2,2) + (1,1,2) = (1,3,4)

(2,1,1) + (1,1,2) = (3,2,3)

son dos soluciones del sistema del item (a). Buscamos la tercera:

(2,1,1)-(0,2,2) = (2,-1,-1)   es solución del sistema homogéneo asociado.

Entonces

(3,2,3) + (2,-1,-1) = (5,1,2)   es otra posible solución del sistema del item (a).

(b) L: X= t(2,-1,-1)+(3,2,3)   , t perteneciente a R.

Ejercicio 24:

Son las matrices A de la forma k.I donde k es un número real e I es la matriz identidad.

Ejercicio 25:

(a) 10

(b) -18

(c) -2

(d) -9

(e) -3

(f) -120

(g) -30

(h) -210

Ejercicio 26:

(a) 0

(b) 10

(c) 24

Ejercicio 27:

(a) $k=0$, $k=-2$

(b) $k=0$, $k=1$, $k=-1$, $k=2$

Ejercicio 28

(a) 3

(b) 0

(c) -6

(d) 12

Ejercicio 29

(a) -16

(b) -1

(c) 8^10 (8 elevado a la 10)

(d) 0

Ejercicio 30:

(a) Inversible

(b) No inversible

(c) No inversible

(d) Inversible

(e) Inversible

Ejercicio 31:

(a) x distinto de -2 y distinto de 3

(b) x distinto de 5

(c) x distinto de 1 y distinto de -2

Ejercicio 32:

(a) 1/5

(b) 40

(c) 27/5

(d) 1/135

Ejercicio 33:

De elaboración personal (calcular el determinante de la matriz asociada al sistema)

Ejercicio 34

(a) k distinto de 1

(b) k distinto de 1 y distinto de 2

(c) k distinto de 1 y distinto de -5/6

Ejercicio 35

```
> A:=Matrix([[1,-1,2],[0,a^2,4],[1,3,3]]);
```

$$A := \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & a^2 & 4 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

```
> Determinant(A);
```

$$a^2 - 16$$

```
> solve(Determinant(A)=0,a);
```

$$4, -4$$

```
> a:=4;
```

$$a := 4$$

```
> LinearSolve(A,<-4,0,a>,free='x');
```

Error, (in LinearAlgebra:-LA_Main:-LinearSolve) inconsistent system

```
> a:=-4;
```

$$a := -4$$

```
> LinearSolve(A,<-4,0,a>,free='x');
```

$$\begin{bmatrix} -4 + 9\,x_2 \\ x_2 \\ -4\,x_2 \end{bmatrix}$$

Los valores de a para los cuales el sistema tiene infinitas soluciones son: a=-4. La solución del sistema en este caso es la expresada arriba.

Ejercicio 36:

(a) k distinto de 2 y distinto de -2 : solución única.

k igual a -2: infinitas soluciones.

k igual a 2: no tiene solución.

(b) k distinto de 3 y distinto de -3 : solución única.

k igual a -3: infinitas soluciones.

k igual a 3: no tiene solución.

Ejercicio 37:

```
> A:=Matrix([[2,0,2],[2,a+1,a],[-1,a,0]]);
```

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 2 & a+1 & a \\ -1 & a & 0 \end{bmatrix}$$

```
> Determinant(A-IdentityMatrix(3));
```

$$5\,a - a^2$$

```
> solve(Determinant(A-IdentityMatrix(3))=0,a);
```

$$0, 5$$

Respuesta: a=0, a=5.

Ejercicio 38:

```
> A:=Matrix([[1,-3,1],[2,1,2],[0,1,-1]]);
```

$$A := \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

(a)

```
> Adjoint(A);
```

$$\begin{bmatrix} -3 & -2 & -7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

(b)

```
> inverse(A);
```

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{7} & \frac{2}{7} & 1 \\ \frac{-2}{7} & \frac{1}{7} & 0 \\ \frac{-2}{7} & \frac{1}{7} & -1 \end{bmatrix}$$