

A continuación usted encontrará un repaso de algunos temas vistos en el Ciclo Propedéutico 2017...

LA FÍSICA

El estudio de la física es importante porque es una de las ciencias más fundamentales. Los científicos de todas las disciplinas utilizan las ideas de la física, como los químicos que estudian la estructura de las moléculas, los paleontólogos que intentan reconstruir la forma de andar de los dinosaurios, y los climatólogos que estudian cómo las actividades humanas afectan la atmósfera y los océanos. Asimismo, la física es la base de toda la ingeniería y la tecnología. Ningún ingeniero podría diseñar un televisor de pantalla plana, una nave espacial interplanetaria, ni siquiera una mejor trampa para ratones, sin antes haber comprendido las leyes básicas de la física.

El estudio de la física es también una aventura. Usted la encontrará desafiante, a veces frustrante; sin embargo, con frecuencia le brindará abundantes beneficios y satisfacciones. La física estimulará en usted su sentido de lo bello, así como su inteligencia racional. Si alguna vez se ha preguntado por qué el cielo es azul, cómo las ondas de radio viajan por el espacio vacío, o cómo un satélite permanece en órbita, encontrará las respuestas en la física básica. Sobre todo, apreciará la física como un logro sobresaliente del intelecto humano en su afán por entender nuestro mundo y a la humanidad misma.

En esta primera etapa de su acercamiento a la física repasaremos algunos conceptos importantes que necesitaremos en nuestro estudio. Comentaremos la naturaleza de la física teórica y el uso de modelos idealizados para representar sistemas físicos. Presentaremos los sistemas de unidades que se emplean para especificar cantidades físicas y analizaremos la forma de describirlas con precisión. Estudiaremos ejemplos de problemas que no tienen una respuesta exacta donde las aproximaciones son útiles e interesantes.

1.1 LA NATURALEZA DE LA FÍSICA

La física es una ciencia experimental. Los físicos observan los fenómenos naturales e intentan encontrar los patrones y principios que los describen. Tales patrones se denominan teorías físicas o, si están muy bien establecidos y se usan ampliamente, leyes o principios físicos. El desarrollo de la teoría física exige creatividad en cada etapa. El físico debe aprender a hacer las preguntas adecuadas, a diseñar experimentos para tratar de contestarlas y a deducir conclusiones apropiadas de los resultados.

Cuenta la leyenda que Galileo Galilei (1564-1642) dejó caer objetos ligeros y pesados desde la Torre inclinada de Pisa para averiguar si sus velocidades de caída eran iguales o diferentes. Galileo sabía que sólo la investigación experimental le daría la respuesta. Examinando los resultados de sus experimentos, dio el salto inductivo a la teoría de que la aceleración de un cuerpo que cae es independiente de su peso.

El desarrollo de teorías físicas como la de Galileo siempre es un proceso bidireccional, que comienza y termina con observaciones o experimentos. El camino para lograrlo a menudo es

indirecto, con suposiciones erróneas y el abandono de teorías infructuosas en favor de otras más promisorias. La física no es una mera colección de hechos y principios; también es el proceso que nos lleva a los principios generales que describen el comportamiento del Universo físico. Ninguna teoría se considera como la verdad final o definitiva. Siempre está la posibilidad de que nuevas observaciones obliguen a modificarla o desecharla. En las teorías físicas es inherente que podemos demostrar su falsedad encontrando comportamientos que no sean congruentes con ellas, pero nunca probaremos que una teoría siempre es correcta.

Volviendo con Galileo, supongamos que dejamos caer una pluma y una bala de cañón. Sin duda no caen a la misma velocidad. Esto no significa que Galileo estuviera equivocado, sino que su teoría estaba incompleta. Si soltamos tales objetos en un vacío para eliminar los efectos del aire, sí caerán a la misma velocidad. La teoría de Galileo tiene un intervalo de validez: sólo es válida para objetos cuyo peso es mucho mayor que la fuerza ejercida por el aire. Los objetos como las plumas y los paracaídas evidentemente se salen del intervalo.

Cualquier teoría física tiene un intervalo de validez fuera del cual no es aplicable.

A menudo un nuevo avance en física extiende el intervalo de validez de un principio. Las leyes del movimiento y de gravitación de Newton extendieron ampliamente, medio siglo después, el análisis de la caída de los cuerpos que hizo Galileo.

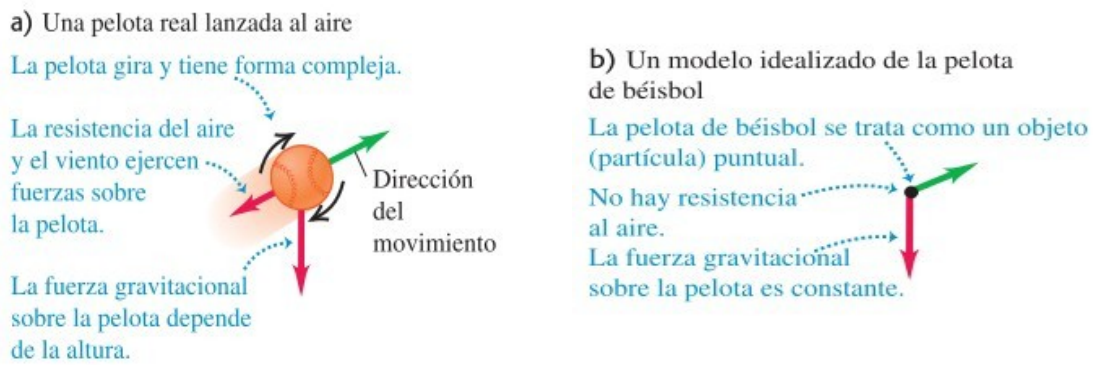
1.2 LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y EL MODELAJE EN FÍSICA

En algún punto de sus estudios, casi todos los estudiantes de física sienten que, aunque entiendan los conceptos, no pueden resolver los problemas. Sin embargo, en física, entender verdaderamente un concepto implica saber aplicarlo a diversos problemas prácticos. Aprender a resolver problemas es absolutamente indispensable; es imposible saber física sin poder hacer física.

Comúnmente le decimos “modelo” a una réplica miniatura de un objeto o a una persona que exhibe ropa.

En física, un modelo es una versión simplificada de un sistema físico demasiado complejo como para analizarse con todos sus pormenores.

Por ejemplo, supongamos que nos interesa analizar el movimiento de una pelota de béisbol lanzada al aire (figura a). ¿Qué tan complicado es el problema? La pelota no es perfectamente esférica (tiene costuras) y gira conforme viaja por el aire. El viento y la resistencia del aire afectan su movimiento, el peso de la pelota varía un poco al cambiar su distancia con respecto al centro de la Tierra, etc. Si tratamos de incluir todo esto, la complejidad del análisis nos abrumará. En vez de ello, creamos una versión simplificada del problema. Omitimos el tamaño y la forma de la pelota representándola como un objeto puntual, o una partícula. Omitimos la resistencia del aire como si la pelota se moviera en el vacío y suponemos un peso constante. Ahora ya tenemos un problema manejable (figura b). ¡A eso le llamamos **modelo**!



Para crear un modelo idealizado del sistema, debemos pasar por alto algunos efectos menores y concentrarnos en las características más importantes del sistema. Claro que no debemos omitir demasiadas cuestiones. Si ignoramos totalmente la gravedad, nuestro modelo predeciría que si lanzamos la pelota hacia arriba, ésta se movería en línea recta y desaparecería en el espacio. Necesitamos valernos del criterio y la creatividad para lograr un modelo que simplifique lo suficiente un problema, sin omitir sus características esenciales. Al usar un modelo para predecir el comportamiento de un sistema, la validez de la predicción está limitada por la validez del modelo. Por ejemplo, la predicción de Galileo con respecto a la caída de los cuerpos corresponde a un modelo idealizado que no incluye los efectos de la resistencia del aire. El modelo funciona bien para una bala de cañón, aunque no tan bien para una pluma.

En física y en todas las tecnologías, cuando aplicamos principios físicos a sistemas complejos, siempre usamos modelos idealizados y debemos tener presentes los supuestos en que se basan. De hecho, los mismos principios de la física se expresan en términos de modelos idealizados; hablamos de masas puntuales, cuerpos rígidos, aislantes ideales, etcétera.

1.3 MAGNITUDES Y UNIDADES

Como ya dijimos, la física es una ciencia experimental. Los experimentos requieren mediciones. Las propiedades de los cuerpos o sistemas que pueden ser medidas se denominan **magnitudes**. Por ejemplo, dos magnitudes que describen a alguien como usted son su peso y estatura.

Al medir una cantidad, siempre la comparamos con un estándar de referencia. Si decimos que la mesada del laboratorio tiene una longitud de 4.5 m, queremos decir que es 4 veces y media más larga que una vara de 1 metro de largo. Dicho estándar define una unidad de la cantidad. El metro es una unidad de longitud; el segundo, es una unidad de tiempo; etc. Al describir una cantidad física con un número, siempre debemos especificar la unidad empleada; describir una distancia simplemente como "4,61" no tendría significado, porque no sabemos si son 4,61 metros o kilómetros o centímetros, etc.

Las mediciones exactas y confiables requieren unidades inmutables que los observadores puedan volver a utilizar en distintos lugares. El sistema de unidades empleado por los científicos e ingenieros en todo el mundo se llama Sistema Internacional, o SI. Las **magnitudes fundamentales** son aquellas elegidas por convención, que permiten expresar cualquier otra magnitud en términos de ellas y son las siguientes: longitud, masa, tiempo, corriente eléctrica, temperatura e intensidad luminosa. Combinando las magnitudes fundamentales se obtienen todas las demás, a las cuales llamaremos **magnitudes derivadas**. Por ejemplo, la velocidad es una magnitud que deriva de dividir el desplazamiento de un objeto por el intervalo de tiempo que tarda en desplazarse.

El metro se definió originalmente como 1/10,000,000 de esta distancia.



Con el paso de los años, las definiciones de las unidades básicas han evolucionado. A continuación veremos cómo ha sido esta evolución para algunas de ellas.

Longitud:

Cuando la Academia Francesa de Ciencias estableció el sistema en 1791, el metro se definió como una diezmillonésima parte de la distancia entre el Polo Norte y el ecuador. Esta definición era poco práctica y difícil de duplicar con precisión, por lo que se ha ido refinando por acuerdo internacional.

En 1960 se estableció un estándar atómico para el metro, utilizando la longitud de onda de la luz anaranjada-roja emitida por átomos de kriptón (86Kr) en un tubo de descarga de luz. Usando este estándar de longitud, se comprobó que la rapidez de la luz en el vacío era de $299.792.458$ m/s. En noviembre de 1983, el estándar de longitud se modificó otra vez, de manera que la rapidez de la luz en el vacío fuera, por definición, exactamente de $299.792.458$ m/s. El metro se define de modo que sea congruente con este número y con la definición del segundo (que se ve en el párrafo siguiente). Así, la nueva definición de metro (que se abrevia m) es la distancia que recorre la luz en el vacío en $1/299.792.458$ segundos. Éste es un estándar de longitud mucho más preciso que el basado en una longitud de onda de la luz.

Tiempo:

En 1791 el segundo se definió como el tiempo que tarda un péndulo de 1 m de largo en oscilar de un lado a otro. Esta definición, como la original del metro, también era poco práctica y difícil de duplicar con precisión, así que también se ha ido refinando por acuerdo internacional. De 1889 a 1967, la unidad de tiempo se definió como cierta fracción del día solar medio (el tiempo promedio entre llegadas sucesivas del Sol al cenit). El estándar actual, adoptado en 1967, es mucho más preciso; se basa en un reloj atómico que usa la diferencia de energía entre los dos estados energéticos más bajos del átomo de cesio. Al bombardearse con microondas de cierta frecuencia exacta, el átomo de cesio sufre una transición entre dichos estados. Un segundo se define como el tiempo que tardan $9.192.631.770$ ciclos de esta radiación de microondas.

Masa:

El estándar de masa, el kilogramo (que se abrevia kg), se define como la masa de un cilindro de aleación platino-iridio específico que se conserva en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas en Sèvres, cerca de París. Un estándar atómico de masa sería más fundamental; sin embargo, en la actualidad no podemos medir masas a escala atómica con tanta exactitud como a escala macroscópica.

Prefijos de unidades.

Una vez definidas las unidades fundamentales, es fácil introducir unidades más grandes y más pequeñas para las mismas cantidades físicas. En el sistema métrico, estas otras unidades siempre se relacionan con las fundamentales (o, en el caso de la masa, con el gramo) por múltiplos de 10 o de

$\frac{1}{10}$. Ejemplos:

$$\begin{aligned} 1 \text{ kilómetro} &= 1\text{km} = 1000 \text{ metros} = 10^3\text{metros} = 1 \times 10^3\text{m}, \\ 1 \text{ centímetro} &= 1\text{cm} = 0,01 \text{ metros} = \frac{1}{100} \text{ m} = 10^{-2}\text{m} = 1 \times 10^{-2}\text{m} \end{aligned}$$

Es común expresar los múltiplos de 10 o de $\frac{1}{10}$ en notación exponencial, como se observa en el último término de la igualdad anterior, a esta forma de expresar una cantidad se le llama **notación científica**.

Al calcular con números muy grandes o muy pequeños, es mucho más fácil indicar las cifras significativas usando notación científica. La distancia de la Tierra a la Luna es aproximadamente de 384.000.000 m, pero esta forma del número no es práctica en ciencia. En vez de ello, movemos el punto decimal ocho lugares a la izquierda (que equivale a dividir entre 1×10^8) y multiplicamos por 1×10^8 . Es decir, $384.000.000 \text{ m} = 3,84 \times 10^8 \text{ m}$.

Volvamos al tema de los prefijos, como se puede observar también, los nombres de las unidades adicionales se obtienen agregando un **prefijo** al nombre de la unidad fundamental. Por ejemplo, el prefijo “kilo”, abreviado K, siempre indica una unidad 1000 veces mayor.

Veamos algunos ejemplos del uso de múltiplos de 10 y sus prefijos con las unidades de longitud, masa y tiempo:

1 nanómetro = 1 nm = 1×10^{-9} m (varias veces el tamaño del átomo más grande)

1 micrómetro = 1 μm = 1×10^{-6} m (tamaño de algunas bacterias y células vivas)

1 miligramo = 1 mg = 1×10^{-3} g = 1×10^{-6} kg (masa de un grano de sal)

1 gramo = 1 g = 1×10^{-3} kg (masa de un sujetador de papeles)

1 nanosegundo = 1 ns = 1×10^{-9} s (tiempo en que la luz recorre 0.3 m)

1 microsegundo = 1 μs = 1×10^{-6} s (tiempo en que un transbordador espacial en órbita recorre 8 mm)

A continuación se da una tabla con todos los prefijos:

Prefijos para potencias de 10

Potencia de 10	Prefijo	Abreviatura
10^{-24}	yocto-	y
10^{-21}	zepto-	z
10^{-18}	atto-	a
10^{-15}	femto-	f
10^{-12}	pico-	p
10^{-9}	nano-	n
10^{-6}	micro-	μ
10^{-3}	mili-	m
10^{-2}	centi-	c
10^3	kilo-	k
10^6	mega-	M
10^9	giga-	G
10^{12}	tera-	T
10^{15}	peta-	P
10^{18}	exa-	E
10^{21}	zetta-	Z
10^{24}	yotta-	Y

1.4 CONSISTENCIA Y CONVERSIÓN DE UNIDADES

Usamos ecuaciones para expresar las relaciones entre cantidades físicas representadas por símbolos algebraicos. Cada símbolo algebraico denota siempre tanto un número como una unidad. Toda ecuación siempre debe ser dimensionalmente consistente. No podemos sumar manzanas y automóviles; sólo podemos sumar o igualar dos términos si tienen las mismas unidades. Por ejemplo, si un cuerpo que viaja con rapidez constante v recorre una distancia d en un intervalo de tiempo Δt , estas cantidades están relacionadas por la ecuación:

$$d = v * \Delta t$$

Por ejemplo, d podría representar una distancia de 10 m, Δt un intervalo de tiempo de 5 s y v una rapidez de 2 m/s. Si d se mide en metros, entonces el producto $v * \Delta t$ también debe expresarse en metros:

$$10 \text{ m} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} * 5 \text{ s}$$

Cuando un problema requiera de cálculos con números y unidades, siempre escriba los números con las unidades correspondientes, como en el ejemplo. Esto es muy útil, pues ayuda a verificar los cálculos. Si en algún momento una ecuación o expresión tiene unidades inconsistentes, hay un error en alguna parte.

Ejemplo:

El récord mundial oficial de rapidez terrestre es de 1228.0 km/h, establecido por Andy Green el 15 de octubre de 1997 en el automóvil con motor a reacción *Thrust SSC*. Expresa esta rapidez en metros/segundo.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: Queremos convertir las unidades de rapidez de km/h a m/s.

EJECUTAR: El prefijo k indica 10^3 , por lo que la rapidez 1228.0 km/h = 1228.0×10^3 m/h. Sabemos también que hay 3600 s en 1 h, así que debemos combinar la rapidez de 1228.0×10^3 m/h y un factor de 3600.

Pero, ¿debemos multiplicar por este factor o dividir entre él? Si tratamos el factor como número sin unidades, tendríamos que adivinar para continuar.

El enfoque correcto es incluir las unidades en el factor, el cual acomodaremos a modo de eliminar la unidad de horas:

$$1228.0 \text{ km/h} = \left(1228.0 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{h}} \right) \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right) = 341.11 \text{ m/s}$$

Si multiplicáramos por $(3600 \text{ s})/(1 \text{ h})$ en vez de $(1 \text{ h})/(3600 \text{ s})$, las horas no se cancelarían, y sería fácil detectar el error. De nuevo, la

1.5 INCERTEZA Y CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Las mediciones siempre tienen incertezas. Si medimos el espesor de la tapa de un libro con una regla común, la medición sólo será confiable al milímetro más cercano. Supongamos que tras la medición se tiene que el espesor es de 1 mm, sería erróneo dar este resultado como 1.00 mm. Por las limitaciones del instrumento de medición, no se sabría si el espesor real es de 1.00 mm o de por ejemplo 0.85 mm. Pero si se usa un micrómetro, que mide distancias de forma confiable al 0.01 mm más cercano, puede obtenerse que el espesor del libro es de 0.75 mm. La distinción entre estas dos mediciones radica en su incerteza. La medida con micrómetro tiene menor incerteza y es más exacta. A la incerteza también se la llama **error** (que es el nombre que nosotros adoptaremos), porque indica la máxima diferencia probable entre el valor medido y el real. El error de un valor medido depende de la técnica empleada.

A menudo indicamos la exactitud de un valor medido (es decir qué tanto creemos que se acerca al valor real) escribiendo el número, el símbolo \pm y un segundo número que indica el error de la medición. Si el diámetro de una varilla de acero se da como $D = 56.47 \pm 0.02$ mm, esto implica que es poco probable que el valor real sea menor que 56.45 mm o mayor que 56.49 mm. Es decir que es bastante probable que su valor se encuentre dentro del intervalo que va desde los 56.45 mm a los 56.49 mm.

En muchos casos, no se da explícitamente el error de una medición, sino que se indica con el número de dígitos informativos, o cifras significativas, en el valor medido. Indicamos el espesor de la tapa de un libro como de 0.75 mm, que tiene 2 cifras significativas. Con esto queremos decir que el primer dígito es cierto, pero el segundo es incierto.

Cuando usamos números con incertezas para calcular otros números, el resultado también tiene incertezas:

Al multiplicar o dividir números, el número de cifras significativas del resultado es igual al del factor con menos cifras. Por ejemplo, $3.1416 \times 2.34 \times 0.58 = 4.3$, ya que 0.58 tiene dos cifras significativas.

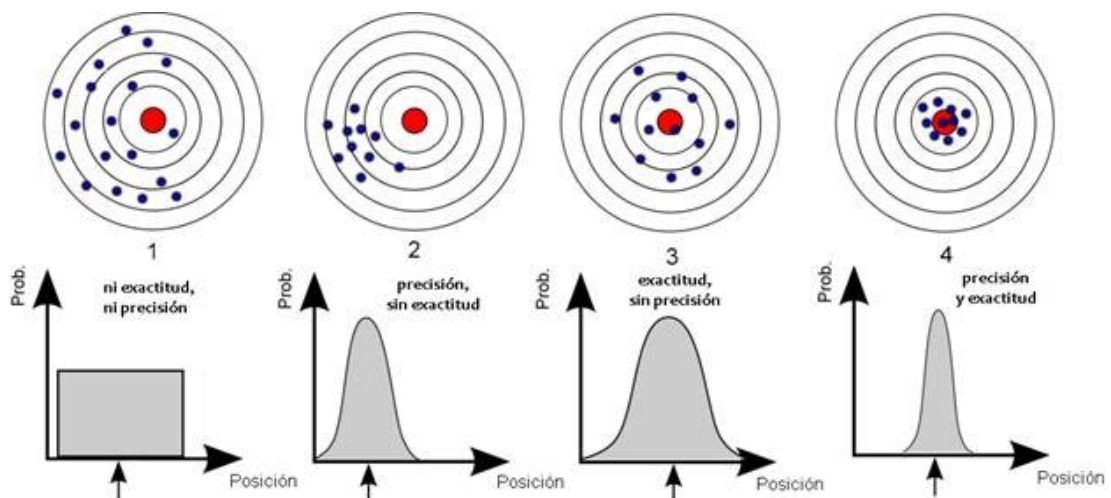
Cuando sumamos y restamos números, el número de cifras decimales del resultado es igual al de la cantidad con el menor número de ellas. Por ejemplo, $123.62 + 8.9 = 132.5$.

La siguiente tabla resume las reglas para las cifras significativas:

Operación matemática	Cifras significativas en el resultado
Multiplicación o división	No más que en el número que tiene menos cifras significativas <i>Ejemplo:</i> $(0.745 \times 2.2) / 3.885 = 0.42$ <i>Ejemplo:</i> $(1.32578 \times 10^7) \times (4.11 \times 10^{-3}) = 5.45 \times 10^4$
Suma o resta	Lo determina el número con mayor incertidumbre (es decir, el menor número de dígitos a la derecha del punto decimal) <i>Ejemplo:</i> $27.153 + 138.2 - 11.74 = 153.6$

Por último, cabe señalar que **exactitud no es lo mismo que precisión**. Un reloj digital barato que indica que la hora es 10:35:17 A.M. es muy preciso (la hora se da con segundos); pero si el reloj está atrasado varios minutos, el valor no será muy exacto. Por otro lado, un reloj de pared puede ser muy exacto (dar la hora correcta) pero, si no tiene segundero, no será muy preciso. Una medición de alta calidad, es tanto precisa como exacta.

Esta diferencia está claramente evidenciada en el siguiente gráfico. Básicamente la exactitud de un proceso de medición de una variable física, está determinada cuan cerca está el valor más probable (obtenido a través del promedio) del valor verdadero (Caso 3 y 4 son ejemplos de mediciones exactas). En cambio la precisión está referida a la dispersión (estimada con la desviación estándar, que se verá más adelante en este apunte) de los valores alrededor del valor más probable (Casos 2 y 4 son ejemplos de mediciones precisas).



1.6 ESTIMACIONES Y ÓRDENES DE MAGNITUD

Hemos destacado la importancia de conocer la exactitud de los números que representan cantidades físicas. No obstante, a menudo incluso una estimación burda de una cantidad puede darnos información útil. A veces sabemos cómo calcular cierta cantidad, pero tenemos que estimar los datos necesarios para el cálculo. O bien, el cálculo sería demasiado complicado para efectuarse con exactitud, así que lo aproximamos. En ambos casos, nuestro resultado es una estimación, pero nos serviría aún si tiene un factor de incertidumbre de dos, diez o más. Con frecuencia, tales cálculos se denominan estimaciones de orden de magnitud. El gran físico italo-estadounidense Enrico Fermi (1901-1954) los llamaba "cálculos del reverso de un sobre".

1.7 LAS MEDICIONES

La medición está íntimamente relacionada a la experimentación científica. Las leyes de las ciencias experimentales se expresan en términos de cantidades físicas, tales como la fuerza, la temperatura, la velocidad, la densidad, el campo magnético y la carga. Estas cantidades requieren de una definición clara, y de un método para medirlas.

La medición es una técnica por medio de la cual se asigna un número a una cantidad física, a través de la comparación entre la cantidad considerada y otra de la misma especie elegida como unidad de medida o patrón.

Los métodos de medición:

En el laboratorio, los métodos de medición se suelen clasificar en dos tipos:

Método directo: Se compara directamente la cantidad a medir con el patrón. Ejemplo: la medida de una masa realizada con una balanza de brazos. En este caso se compara la masa que se quiere medir con una masa conocida.

Dentro del método directo se encuentran las mediciones **con aparatos calibrados**: Se establece, por calibración, una relación entre una escala graduada y un patrón de medida. Para comparar se mide la posición en la escala. Ejemplo: al medir la temperatura del cuerpo con un termómetro, se lee en la escala graduada del termómetro. El termómetro indica la temperatura del cuerpo que se encuentra en contacto con él.

Método indirecto: Se establece el valor de la cantidad a medir a partir de la medición de otras cantidades relacionadas. Ejemplo: para medir la densidad de un cuerpo, se mide su masa y su volumen y operando matemáticamente, se determina la densidad.

Errores:

Todas las cantidades físicas se miden, inevitablemente, con algún grado de incertidumbre, ya sea por las imperfecciones de los instrumentos de medida, por fluctuaciones estadísticas incontroladas durante el proceso de medición o por las limitaciones de nuestros sentidos. Por lo tanto, los resultados de las medidas nunca se corresponden con los valores reales, sino que, en mayor o menor extensión, son defectuosos, es decir, están afectados de error.

Las causas que motivan tales desviaciones pueden ser debidas al observador, al aparato o incluso a las propias características del proceso de medida. Un ejemplo de error debido al observador es el llamado error de paralaje que se presenta cuando la medida se efectúa mediante la lectura sobre una escala graduada. La posición del observador respecto de dicha escala influye en la lectura de la aguja indicadora. Para evitar este tipo de error, es preciso situarse en línea con la aguja, pero perpendicularmente al plano de la escala. Otros errores debidos al observador pueden introducirse por descuido de éste, por defectos visuales, etc.

También son frecuentes los errores debido al aparato de medida. Tal es el caso del llamado error del cero. El uso sucesivo de un aparato tan sencillo como una balanza de baño, hace que al cabo de un cierto tiempo en ausencia de peso, la aguja no señale el cero de la escala. Para evitar este tipo de error, los fabricantes incluyen un tornillo o rueda que permite corregir la posición de la aguja al iniciar cada medida.

Otra posible fuente de error es causada por variaciones en las condiciones de medida debidas a alteraciones ambientales, como cambios de presión, de temperatura o de las propias características del proceso de medición.

La interacción entre el sistema físico y el aparato de medida constituye la base del proceso de medida; pero dicha interacción perturba en cierto grado las condiciones en las que se encontraba el sistema antes de la medida. Así, cuando se desea medir la tensión eléctrica existente entre dos puntos de un circuito con un voltímetro, una parte de la corriente se desvía por el aparato de medida, con lo que el sistema a medir queda ligeramente perturbado. De igual modo, al medir una temperatura con un termómetro se está provocando un intercambio de calor entre el termómetro y el sistema hasta que se alcanza el equilibrio térmico. En un cierto grado, el valor de la temperatura a medir se ha visto modificado al hacer intervenir el aparato de medida. En el ámbito de la física macroscópica tal perturbación, cuando existe, es controlable y puede reducirse hasta considerarse despreciable mediante un diseño adecuado del aparato de medida.

En conclusión, las cantidades físicas no se pueden expresar como un número real; sino como un intervalo.

Errores sistemáticos y aleatorios

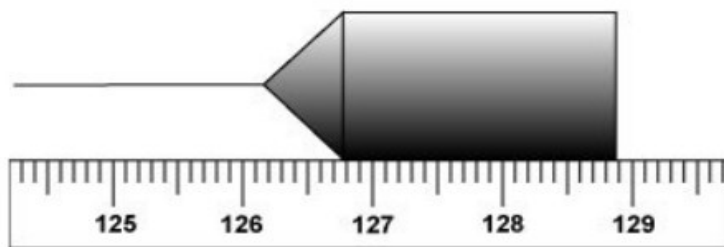
Los **errores sistemáticos** son los producidos por fallas en el instrumento de medición. Estos errores no se pueden estimar usando el mismo instrumento. Los errores sistemáticos son siempre en una dirección, es decir por exceso o por defecto. Por ejemplo, si estamos midiendo el período de un péndulo y el cronómetro atrasa, el período medido será menor que el valor verdadero.

Los **errores aleatorios** se pueden estimar en forma confiable repitiendo las mediciones. La estimación del verdadero valor es a través del promedio y la precisión a través de la desviación estándar.

Estimación de errores en las mediciones DIRECTAS:

Error de apreciación

- **De escalas.**



Este es el error más común. Por ejemplo cuando medimos la longitud del objeto de la figura vemos que la medición está muy cerca de 128.9. Entonces el valor de confianza de la longitud puede expresarse de la siguiente manera:

$$L = 128.9\text{cm} \pm 0.05\text{cm}$$

El primer término lo llamamos valor central, mientras que el segundo término es el error o la incerteza. La precisión de 0.1 cm es lo mejor que se puede lograr con el instrumento de medición (regla en este caso), el error de apreciación se estima como la mitad de la mínima escala del instrumento, es decir,

$$\Delta L = \frac{0,1 \text{ cm}}{2} = 0,05 \text{ cm}$$

• **En Instrumentos Digitales**



En los instrumentos digitales la lectura es directa como así también el valor central de la medición. Generalmente el valor de la precisión suele venir especificado por el fabricante en el instrumento. En caso que no tengamos este dato, la precisión es la mitad del valor del último dígito. Por ejemplo, para el caso de la figura, la balanza está marcando $m = 138.2 \text{ g}$, el último dígito que puede medir es la décima de gramo (0.1g), entonces el error sería $\pm 0.05 \text{ g}$.

La forma correcta de indicar el valor de la medición es entonces:
 $m = 138,2 \text{ g} \pm 0,05\text{g}$

Error estadístico

No todas las mediciones están hechas con métodos cuyo error puede ser estimado en forma confiable. Un ejemplo clásico es la medición de intervalos de tiempo usando un cronómetro. Si bien el error del cronómetro está determinado por el fabricante, este error es despreciable respecto a otros errores dominantes como por ejemplo el cometido por la persona que esté realizando la medición. Supongamos que se desea medir el período (T) de oscilación de un péndulo. El tiempo de reacción de la persona en detener y volver a iniciar el cronómetro cuando el péndulo pasa por una posición determinada, es por lejos la mayor fuente de imprecisión. Dado que el ser humano no tiene una escala graduada o display digital incorporado, la pregunta es: ¿Cómo determinamos el error dominante?

La solución a este problema es repetir la medición muchas veces. El valor promedio de estas mediciones estará más cercano al verdadero valor que si se tomara una única medición. Veamos un ejemplo, a continuación se muestra una tabla con los valores obtenidos al medir 5 veces el período de un péndulo:

Medición n° i	Valor de la medición (T_i)
$i = 1$	$T_1 = 3,95 \text{ s}$
$i = 2$	$T_2 = 3,57 \text{ s}$
$i = 3$	$T_3 = 3,73 \text{ s}$
$i = 4$	$T_4 = 3,41 \text{ s}$
$i = 5$	$T_5 = 3,59 \text{ s}$

El **valor promedio** de las mediciones se calcula como:

$$\bar{T} = \frac{\sum_i T_i}{N} = \frac{3,95 \text{ s} + 3,57 \text{ s} + 3,73 \text{ s} + 3,41 \text{ s} + 3,59 \text{ s}}{5} = 3,65 \text{ s}$$

Donde N es la cantidad de valores tomados.

Para estimar el error estadístico en este tipo de casos se usa la **desviación estándar**. Los fundamentos de esto se estudiarán más adelante, por ahora sólo diremos que se representa con la

letra griega sigma (σ) y que se calcula como:

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{\sum_i (T_i - \bar{T})^2}{(N-1)}}$$

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{((3,95 \text{ s} - 3,65 \text{ s})^2 + (3,57 \text{ s} - 3,65 \text{ s})^2 + (3,73 \text{ s} - 3,65 \text{ s})^2 + (3,41 \text{ s} - 3,65 \text{ s})^2 + (3,59 \text{ s} - 3,65 \text{ s})^2)}{(5-1)}}$$

$$\sigma_T = 0,20 \text{ s}$$

La ciencia estadística afirma, que la probabilidad de que el valor verdadero se encuentre dentro del intervalo $\bar{T} \pm 1 \cdot \sigma_T$ es del 68%; la probabilidad de que se encuentre dentro del intervalo $\bar{T} \pm 2 \cdot \sigma_T$ es del 95.5%, y la probabilidad de que se encuentre dentro del intervalo $\bar{T} \pm 3 \cdot \sigma_T$ es del 99.7%. Dicha información se puede observar en el siguiente gráfico:



Entonces tomando el **error estadístico** como $1 \cdot \sigma_T (=0.20\text{s})$ y observando de la tabla de valores que el instrumento con el que se está midiendo el tiempo tiene una precisión de la centésima de segundo (0,01s), es decir que el **error de apreciación** es $\frac{0,01\text{s}}{2} = 0,005 \text{ s}$, concluimos que el error de apreciación es dos órdenes de magnitud menor que el error estadístico. Se elige el error estadístico (siempre se elige el de mayor orden de magnitud) para dar la medida del período del péndulo, entonces el período del péndulo, debe expresarse de la siguiente forma:

$$T = 3,6\text{s} \pm 0,2\text{s}$$

Hemos hablado de los errores de apreciación de los instrumentos de medición y del estadístico del método, en cualquier experiencia deben estimarse ambos y elegir el mayor de ellos, si ambos fueran del mismo orden entonces se toma su suma.

Formas de reportar el error: Error absoluto y error relativo

Como consecuencia de la existencia de diferentes fuentes de error, el científico se plantea hasta qué punto los resultados obtenidos son fiables, esto es, dignos de confianza. Por ello, al resultado de una medida se le asocia un valor complementario que indica la calidad de la medida o su grado de precisión.

Los errores o imprecisiones en los resultados se expresan matemáticamente bajo dos formas que se denominan error absoluto y error relativo. Se define el **error absoluto** ΔE , como la diferencia entre el resultado de la medida M y el verdadero valor M_0 de la magnitud a medir

$$\Delta E = M - M_0$$

En sentido estricto esta definición no es aplicable a medidas físicas propiamente, ya que el valor exacto de una magnitud jamás lo conoceremos. Por esta razón se toma como M_0 el valor que más se aproxima al verdadero, es decir, el valor medio obtenido al repetir varias veces la misma medida.

El **Error Relativo ER** es el cociente entre el error absoluto ΔE y el verdadero valor, que como dijimos se toma como el valor medio.

$$ER = \frac{\Delta M}{M_0}$$

El Error Relativo porcentual es el ER expresado en tanto por ciento, su expresión es $ER(\%) = ER \cdot 100\%$

Estimación de errores en las mediciones INDIRECTAS:

En la mayoría de las mediciones físicas, se busca determinar cantidades que se obtienen mediante el cálculo, a partir de una o varias cantidades medidas directamente, dando así origen a un resultado indirecto. La estimación del error del resultado final a partir de los errores de las cantidades medidas directamente, se conoce como **propagación del error**.

La fórmula que se utiliza para calcular la propagación del error en una magnitud Q que depende de otras magnitudes X , Y , Z es:

$$\Delta Q = \sqrt{\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)^2 \cdot (\Delta x)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial y}\right)^2 \cdot (\Delta y)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial z}\right)^2 \cdot (\Delta z)^2}$$

Esta expresión viene de considerar a la medida de Q como una función de las medidas de x , y y z , $[Q(x,y,z)]$. ΔQ representa el error que se comete al medir indirectamente la magnitud Q , Δx representa el error absoluto (estadístico o de apreciación, el que sea mayor) que se comete al medir la magnitud x y las expresiones como $\frac{(\partial Q)}{(\partial x)}$ representan la derivada parcial de la función Q con respecto a la variable x . El concepto de derivada se ve en cálculo, aquí sólo utilizaremos una tabla para calcularlas operativamente. Calcular derivadas parciales con respecto a una variable (X), significa que el resto de las variables (y, z) se considerarán como constantes.

Veamos un ejemplo, se desea calcular la superficie de un terreno rectangular cuyos lados miden:
 $A=233,4 \pm 0,5\text{m}$ y $B=13,4 \pm 0,1$

La función que permite calcular la superficie depende de dos variables (A y B) y podemos escribirla como $S(A,B)=A \cdot B$

El error en el cálculo de dicha superficie será entonces:

$$\Delta S = \sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial A}\right)^2 (\Delta A)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial B}\right)^2 (\Delta B)^2}$$

Entonces la derivada parcial de S con respecto de A se calcula suponiendo que B es constante y si miramos en la tabla de derivadas observaremos que la derivada de una variable por una constante es la constante; y lo mismo hacemos con B. Así obtenemos:

y entonces:
$$\Delta S = \sqrt{(B)^2 (\Delta A)^2 + (A)^2 (\Delta B)^2}$$

Reemplace usted los valores correspondientes y calcule el error en la medición de la superficie.

Haga el ejercicio de calcular el error al medir la superficie de un círculo cuyo radio es $R=0,5 \pm 0,01\text{m}$