

Trabajo práctico 2

- Valor de verdad del condicional. Decida cuando cada proposición es verdadera o falsa
 - Si el antecedente de una proposición condicional es falso, la proposición condicional es verdadera.
 - Si el consecuente de una proposición condicional es verdadero, la proposición condicional es verdadera.
 - Si q es verdadera, entonces $(p \wedge q) \Rightarrow q$ es verdadera.
 - La negación de “Si los cerdos vuelan, yo lo creería” es “si los cerdos no vuelan, yo no lo creería”
 - La proposición “si esto vuela, entonces es un pájaro” y “esto no vuela o es un pájaro” son proposiciones lógicas equivalentes.
 - Dado que $\neg p$ es verdadera y q falsa, la condicional $p \Rightarrow q$ es verdadera.
 - Si p es verdadera, entonces $\neg p \Rightarrow (q \vee r)$ es verdadera.
- Negación del condicional. Escriba la negación de cada proposición. Recuerde que la negación de $p \Rightarrow q$ es $p \wedge \neg q$
 - Si das a tus plantas ternura, y las cuidas con cariño, florecerán.
 - Si el cheque está en la correspondencia, estaré sorprendido.
 - Si ella no lo hace, él lo hará.
 - Todos los hombres alguna vez fueron niños.
- Tablas de verdad. Pruebe las siguientes equivalencias:
 - $(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg(p \Rightarrow (\neg q))$
 - $[p \Rightarrow (q \vee r)] \Leftrightarrow [p \wedge (\neg q) \Rightarrow r]$
- Tablas de verdad. Usando tablas de verdad responda:
Siendo p y q proposiciones cualesquiera, la proposición $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow [(p \vee q) \Leftrightarrow q]$
 - ¿Es siempre verdadera?
 - ¿Es verdadera si y sólo si p lo es?
 - ¿Es verdadera si y sólo si q es falsa?
 - ¿Es verdadera si y sólo si p y q lo son?
- Traducir a lenguaje simbólico y leyes de De Morgan. Utilice una de las Leyes de De Morgan para escribir la negación de cada una de las proposiciones siguientes
 - Puedes pagarme ahora o puedes pagarme después
 - Es verano y no hay nieve
 - Un número positivo es $1/3$ y -12 es menor que cero.
 - Yo dije si pero ella dijo no
 - $5-1=4$ y $9+12 \neq 7$
 - $3 < 10$ o $7 \neq 2$
 - El abogado y el cliente se presentaron en la corte.
- Cuantificadores. Para cada una de las siguientes proposiciones analice su valor de verdad y escriba, en forma simbólica, su negación. Asuma que las variables toman valores en el conjunto de los números reales.
 - $\exists x | x^2 + x + 1 = 0$
 - $\forall x, (x-1) \cdot (x+1) = x^2 - 1$
 - $\exists x | x^2 + 1 \geq 0$
 - $\forall x, x^2 + 3x + 2 = 0$

7. Resolución de Acertijos Lógicos:

Haremos una visita a la isla de los caballeros y los pícaros. Esta isla está habitada solamente por estos dos tipos de personas. Los caballeros tienen la particularidad de que sólo dicen la verdad y los pícaros siempre mienten.

- Tenemos dos personas, A y B habitantes de la isla. A hace la siguiente afirmación: "Al menos uno de nosotros es un pícaro". ¿Qué son A y B?
- Tenemos otras dos personas A y B. A dice "Soy un pícaro pero B no lo es". ¿Qué son A y B?
- A dice "O bien yo soy un pícaro o bien B es un caballero, pero no ambos a la vez". ¿Qué son A y B?

Ejercicios adicionales propuestos

- Construya una proposición equivalente a $p \vee q$ utilizando los operadores \wedge y \neg
- Verificar, utilizando tablas de verdad, cuales de las siguientes proposiciones son equivalentes
 - $p \vee \sim q$
 - $\sim p \vee q$
 - $(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$
 - $(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee q)$
- Si p es una proposición que depende de los elementos x de un conjunto no vacío E , escriba las negaciones de las siguientes proposiciones:
 - $\forall x \in E, p(x)$ es verdadera
 - $\exists x \in E, p(x)$ es verdadera
- Para cada una de las siguientes proposiciones analice su valor de verdad y escriba, en forma simbólica, su negación. Asuma que las variables toman valores en el conjunto de los números reales.
 - $\exists x | x = -x$
 - $\forall x, x + x = 0$
 - $\forall x, (\exists y | x^2 + y^2 = (x + y)^2)$
 - $\forall x, (\forall y, x + y = y + x)$
 - $\exists x | (\forall y, x + y = 0)$
- Dado el teorema : "Si un triángulo tiene dos lados iguales, entonces los ángulos opuestos a dichos lados son iguales", enuncie los teoremas recíproco y contrarrecíproco
- Sea $A=\{1,2,3,4\}$ el conjunto universal. Determine el valor de verdad de cada enunciado:
 - $\forall x: x + 3 < 6$
 - $\forall x: x^2 - 10 \leq 8$
 - $\exists x: 2x^2 + x = 15$
 - $\exists x: x^2 > 1 \Rightarrow x + 2 = 0$
- Averiguar el valor de verdad de los siguientes enunciados. (Este ejercicio es **IMPORTANTE** para dejar en evidencia la importancia en el orden de los cuantificadores)

$$p: \forall x \in \mathbb{Q}, \exists y \in \mathbb{Q} : 2x + y = 0$$

$$q: \exists y \in \mathbb{Q}, \forall x \in \mathbb{Q} : 2x + y = 0$$

- Encuentre el valor de verdad de: $[(p \Rightarrow q) \vee (\sim p \wedge q)] \wedge (r \Rightarrow q)$ si
 - p es V, q es V, r es F
 - p, r , son F, q es V
 - p es F, q es F y r es F
 - Si todas son verdaderas

Interesante para tener en cuenta

Otras formulaciones equivalentes de la proposición condicional $p \Rightarrow q$ son:

"p sólo si q"

"q si p"

"p es una condición suficiente para q"

"q se sigue de p"

"q a condición de p"

"q es una consecuencia lógica de p"

"q cuando p"

9. Resolución de Acertijos Lógicos: La Dama y El Tigre:

En un reino muy lejano, el Rey decide liberar a uno de sus prisioneros, pero antes este deberá superar una prueba. El prisionero tendrá que elegir entre dos habitaciones para lograr su libertad. Las posibilidades son: que se encuentre con un Tigre o que se encuentre con una Dama. Si elige la habitación de la Dama, entonces se casará con ella y será libre inmediatamente, pero y si elige la habitación del Tigre deberá luchar primero con el animal, si sobrevive será libre, y si no morirá en el intento. El Rey, que no era una mala persona, decide brindarle una ayuda, y coloca en cada puerta un cartel con una leyenda para que el prisionero utilice en el momento de la decisión:

Hab. A: Hay una Dama en la habitación A y un Tigre en la Habitación B.

Hab. B: Hay una Dama en una habitación y un Tigre en la otra.

El Rey a su vez le dice al prisionero:

- "Exactamente uno de estos carteles es verdadero".

Y agrega,

- "En cada habitación hay una Dama, o un Tigre pero no ambos a la vez.

Si en las dos habitaciones hay Damas la suerte es tuya; y si en las dos habitaciones hay Tigres, la suerte es mía".

Así, si el prisionero es lo suficientemente inteligente, y puede razonar lógicamente, entonces salvará su vida y tendrá una linda mujer con la que comenzar de nuevo. ¿Qué puerta deberá escoger?