Trabajo Práctico Nº3

Repasando:

Una ecuación es un enunciado en el que se establece que dos expresiones matemáticas son iguales.

La mayor parte de las ecuaciones que se estudian en el Álgebra contienen variables (Variables=letras que representan números).

Ejercicio 1.

Determine en cada uno de los siguientes casos, si los valores dados son solución de la ecuación.

(a)	$(5x-3)\,4=(2-2x)\,6$	$x_1=0$	$x_2=\frac{3}{4}$
(b)	$3-[4-(2-m)]=3m-(-4+m)$	$m_1=-1$	$m_2=\frac{1}{2}$
(c)	$\frac{2}{x}+\frac{1}{x-3}=\frac{2}{3}$	$x_1=\frac{3}{2}$	$x_2=3$
(d)	$\sqrt{4-x}=-1$	$x_1=5$	$x_2=3$

Llamamos **solución** de una ecuación, al número real que hace verdadera la igualdad. Y denotaremos por **Conjunto Solución**, a todos los valores que hacen cierta la igualdad.

Ejemplo:

Para verificar si un valor (número real) es solución de una ecuación, hay que reemplazar la letra que representa "la incógnita", por el número indicado.

Así, en el ítem (a) tenemos

$(a)\;\; (5x-3)\,4=(2-2x)\,6 \qquad x_1=0 \qquad x_2=\frac{3}{4}$

- Incógnita: "x"
- Para $x_1=0$

Llamaremos de Primer Miembro (PM) a: $(5x-3)\,4$ y de Segundo Miembro (SM) a $(2-2x)\,6$. Si al reemplazar el PM y el SM por $x_1=0$ obtenemos el mismo valor, decimos que es una solución. Caso contrario, decimos que no es una solución

Verificación

PM: $(5\cdot 0-3)\,4=(-3)\cdot 4=-12$

SM: $(2-2\cdot 0)\,6=2\cdot 6=12$

Como $\mathbf{PM}\neq\mathbf{SM}$, decimos que $x_1=0$ no es solución de la ecuación.

Verificación

- Para $x_2=\frac{3}{4}$

PM: $\left(5\cdot\frac{3}{4}-3\right)\,4=\left(\frac{15}{4}-3\right)\cdot 4=\frac{15-12}{4}\cdot 4=3$

SM: $\left(2-2\cdot\frac{3}{4}\right)6=\left(2-\frac{6}{4}\right)\cdot 6=\frac{8-6}{4}\cdot 6=\frac{2}{4}\cdot 6=\frac{1}{2}\cdot 6=3$

Como $\mathbf{PM}=\mathbf{SM}$, decimos que $\boldsymbol{x_2}=\frac{3}{4}$ es solución de la ecuación.

- Resuelva los ítems (b), (c) y (d)

Repasando:

Consideramos a la letra como la "incógnita" de la ecuación, por lo que el objetivo, ahora, es determinar el valor de la incógnita que hace que la igualdad en la ecuación sea cierta.

Los valores de la incógnita que hacen que la ecuación sea verdadera se llaman **soluciones** o **raíces** de la ecuación, y el proceso para determinar las soluciones se llama **resolución** de una ecuación.

Ejercicio 2. Resuelva cada una de las siguientes ecuaciones lineales.

a. $-3\,(8x-2)=78$

b. $\left(\frac{3}{2}m+2\right):(-3)=-5$

c. $\frac{5}{3}t-2=\frac{3}{2}t-\frac{3}{4}$

d. $3\,(2-2x)=-2\,(3+2x)-5$

e. $\frac{4}{3}p+p-3=\frac{p+1}{2}$

f. $\frac{5}{2}y-\frac{2}{3}(y-2)=\frac{3y+6}{2}$

g. $\frac{1}{x}=\frac{4}{3x}+1$

h. $\frac{4m-2}{m+2}=\frac{8}{5}$

i. $\frac{3}{x+1}-\frac{1}{2}=\frac{1}{3x+3}$

j. $\frac{3}{x-2}+\frac{2}{x+2}=\frac{27}{x^2-4}$

k. $\sqrt{3}x+\sqrt{12}=\frac{x+5}{\sqrt{3}}$

l. $(s-2)^2=(s+2)^2+32$

Ejemplo 1:

Dos ecuaciones con exactamente las mismas soluciones se llaman **ecuaciones equivalentes**.

Para resolver una ecuación, tratamos de encontrar una ecuación más simple y equivalente en la que la variable esté sola en un lado del signo de "igual".

Las propiedades que aplicamos para resolver una ecuación son

Trabajo Práctico Nº3

Aquí A, B y C representan expresiones algebraicas y el símbolo $\Leftrightarrow$ significa "equivale a".

Propiedad	Descripción
1. $A = B \;\Leftrightarrow\; A + C = B + C$	Sumar la misma cantidad a ambos miembros de una ecuación se obtiene una ecuación equivalente.
2. $A = B \;\Leftrightarrow C \cdot A = C \cdot B \quad con\ (C \neq 0)$	Multiplicar ambos miembros de una ecuación por la misma cantidad no cero se obtiene una ecuación equivalente.

Resolvemos la ecuación cambiándola a una equivalente en la que todos los términos que tienen la variable están en un lado y todos los términos constantes están en el otro.

Veamos la ecuación (c):

$$\mathbf{\frac{5}{3}t - 2 = \frac{3}{2}t - \frac{3}{4}}$$

Dominio de la ecuación: $\mathbb{R}$

$\frac{5}{3}t - 2 = \frac{3}{2}t - \frac{3}{4}$	Ecuación dada
$\frac{5}{3}t - 2 + \mathbf{2} = \frac{3}{2}t - \frac{3}{4} + \mathbf{2}$	Se suma 2 en ambos miembros
$\frac{5}{3}t = \frac{3}{2}t + \mathbf{\frac{5}{4}}$	Operando en SM y Simplificando en el PM
$\frac{5}{3}t + \left(-\mathbf{\frac{3}{2}t}\right) = \frac{3}{2}t + \frac{5}{4} + \left(-\mathbf{\frac{3}{2}t}\right)$	Sumando $\left(-\frac{3}{2}t\right)$en ambos miembros
$\frac{5}{3}t - \frac{3}{2}t = \frac{5}{4}$	Simplificando en el SM
$\left(\mathbf{\frac{10-9}{6}}\right)\ t = \frac{1}{6}t = \frac{5}{4}$	Operando en el PM
$\frac{1}{6}t = \frac{5}{4}$	
$\left(\frac{1}{6}t\right) \cdot \mathbf{6} = \frac{5}{4} \cdot \mathbf{6}$	Multiplicando por 6 ambos miembros
$t = \frac{5}{4} \cdot 6 = \mathbf{\frac{30}{4}} = \frac{15}{2}$	Operando en ambos miembros y simplificando
$\boldsymbol{t = \frac{15}{2}}$	Raíz de la ecuación

Verificación de la Respuesta

PM: $\frac{5}{3}\cdot\frac{15}{2}-2=\frac{75}{6}-2=\frac{75-12}{6}=\frac{63}{6}=\frac{21}{2}$

SM: $\frac{3}{2}\cdot\frac{15}{2}-\frac{3}{4}=\frac{45}{4}-\frac{3}{4}=\frac{42}{4}=\frac{21}{2}$

$$\mathrm{PM}=\mathrm{SM}=\frac{21}{2}$$

La verificación es un paso ineludible.

Ejemplo 2:

Analizamos la ecuación (i)

$$\frac{\mathbf{3}}{\boldsymbol{x}+\mathbf{1}}-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}\boldsymbol{x}+\mathbf{3}}$$

Observación Importante: Cuando en la ecuación aparece la incógnita en el denominador, se debe descartar la posibilidad de que el, o los, denominador/es sea/n cero.

A este procedimiento lo llamamos determinar el "dominio de la ecuación" o también, dar las "Condiciones de existencia de la ecuación".

En este caso tenemos:

Condiciones de existencia: $\boldsymbol{x}\neq-\mathbf{1}$

pues en $\boldsymbol{x}+\mathbf{1}=0\underset{x=-1}{\Longrightarrow}(-\mathbf{1})+\mathbf{1}=0$ y

en $\mathbf{3}\boldsymbol{x}+\mathbf{3}\underset{x=-1}{\Longrightarrow}3\cdot(-\mathbf{1})+\mathbf{3}=0\Rightarrow-3+3=0$

Dominio de la ecuación: $\mathbb{R}-\{-1\}$

$\frac{3}{x+1}-\frac{1}{2}=\frac{1}{3x+3}$	Ecuación dada
$\frac{3}{x+1}-\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{3x+3}\right)=\frac{1}{3x+3}+\left(-\frac{1}{3x+3}\right)$	Se suma $\left(-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}x+\mathbf{3}}\right)$ en ambos miembros
$\frac{3}{x+1}-\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{3x+3}\right)=0$	Simplificando en el SM
$\frac{3\cdot2\cdot(3x+3)-(x+1)\cdot(3x+3)-2\cdot(x+1)}{(x+1)\cdot2\cdot(3x+3)}=0$	Sacando común denominador y Operando en el PM
$\frac{6\cdot3x+6\cdot3-(3x^2+6x+3)-2\cdot x-2}{(x+1)\cdot2\cdot(3x+3)}=0$	Operando en el PM
$\frac{18\cdot x+18-3x^2-6x-3-2\cdot x-2}{(x+1)\cdot2\cdot(3x+3)}=0$	Operando en el numerador del PM
$\frac{-3x^2+10x+13}{(x+1)\cdot2\cdot(3x+3)}=0$	Operando en el numerador del PM
$-3x^2+10x+13=0$	Ya que el denominador es distinto de 0, sólo el numerador puede ser 0 para que la igualdad sea verdadera.

$x_1 = -1 \qquad x_2 = \frac{13}{3}$

Resolviendo la ecuación de segundo grado.

Recordando la **Condiciones de existencia**: $\boldsymbol{x \neq -1}$

Por lo tanto $x_1 = -1$ no es una solución aceptable.

Comprobación de las respuestas

PM: $\frac{3}{x+1} - \frac{1}{2} \xrightarrow[x_2=\frac{13}{3}]{}$

$$\frac{3}{\frac{13}{3}+1} - \frac{1}{2} = \frac{3}{\frac{13+3}{3}} - \frac{1}{2} = \frac{9}{16} - \frac{1}{2} = \frac{9-8}{16} = \boldsymbol{\frac{1}{16}}$$

$$\Rightarrow \mathrm{PM} = \mathrm{SM} = \boldsymbol{\frac{1}{16}}$$

SM: $\frac{1}{3x+3} = \frac{1}{3 \cdot \frac{13}{3}+3} = \frac{1}{13+3} = \boldsymbol{\frac{1}{16}}$

El Conjunto Solución (S) entonces es: $\boldsymbol{S = \left\{\frac{13}{3}\right\}}$

- Resuelva los ítems restantes del ejercicio 2.

Ejercicio 3. Despeje la incógnita encerrada entre llaves en cada una de las siguientes igualdades.

a. $\{\boldsymbol{n}\}\ \boldsymbol{I = \frac{nE}{R+nr}}$

b. $\{\boldsymbol{P}\}\ \boldsymbol{x = \frac{Pgt^2}{2u(1+m)}}$

c. $\{\boldsymbol{x}\}\ \boldsymbol{a = \frac{2bx}{1+b(x-1)}}$

d. $\{\boldsymbol{L}\}\ \boldsymbol{T = \frac{W(u^2-2gL)}{gL}}$

e. $\{\boldsymbol{K}\}\ \boldsymbol{T = 2\pi\sqrt{\frac{K^2+h^2}{gh}}}$

f. $\{\boldsymbol{c}\}\ \boldsymbol{2ax = \sqrt{b-4ac} - b}$

g. $\{\boldsymbol{S}\}\ \boldsymbol{T = \sqrt{\frac{R-S}{S}}}$

h. $\{\boldsymbol{R}\}\ \boldsymbol{I = E\sqrt{R^2+w^2L^2}}$

i. $\{\boldsymbol{p}\}\ \boldsymbol{\frac{1}{f} = (p-1)\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{s}\right)}$

Ejemplo:

Resolveremos como modelo la letra (g)

(g). $\{\boldsymbol{S}\}\ \boldsymbol{T = \sqrt{\frac{R-S}{S}}}$

Se solicita despejar la letra S

Trabajo Práctico Nº3

$T = \sqrt{\dfrac{R-S}{S}}$	Ecuación dada
$T^2 = \left(\sqrt{\dfrac{R-S}{S}}\right)^{2}$	Elevando al cuadrado ambos miembros
$T^2 = \dfrac{R-S}{S}$	Simplificando el SM
$S \cdot T^2 = \left(\dfrac{R-S}{S}\right) \cdot S$	Multiplcando por S ambos miembros
$S \cdot T^2 = R - S$	Simplificando el SM
$S \cdot T^2 + S = R - S + S$	Sumando S a ambos miembros
$ST^2 + S = R$	Simplificando S en el SM
$S(T^2 + 1) = R$	Sacando Factor Comun en el PM
$\dfrac{S(T^2+1)}{(T^2+1)} = \dfrac{R}{(T^2+1)}$	Dividiendo ambos miembros por $(T^2 + 1)$
$\boldsymbol{S = \dfrac{R}{(T^2+1)}}$	Simplificando en el PM

- Resuelva los ítems restantes del ejercicio 3.

Ejercicio 4. Resuelva las siguientes ecuaciones de segundo grado por factorización.

a. $\mathbf{x^2 - 5x + 6 = 0}$

b. $\mathbf{2m^2 - 24 = -2m}$

c. $\mathbf{4t^2 = 2\left(\frac{3}{2} - 2t\right)}$

d. $\mathbf{2r(3r - 5) = 3(1 - r)}$

e. $\mathbf{x^2 - 5x + 3 = 0}$

f. $\mathbf{3s(s + 1) - 5 = 2(s^2 - 3)}$

- Para ecuaciones de este tipo, no existen restricciones en cuanto a las condiciones de existencia. Por lo tanto, **Dominio de la ecuación**: $\mathbb{R}$
- Para las ecuaciones cuadráticas, podemos usar la formula resolvente o de Baskhara, $\left(x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)$, para encontrar las raíces y luego aplicar el Teorema fundamental del Álgebra para polinomios de segundo grado para expresarla de forma factorizada.

Una versión del Teorema Fundamental del Algebra es:

"todo polinomio de grado $N > 0$, con coeficientes reales o complejos tiene exactamente N raíces reales o complejas, iguales o distintas".

Para $N = 2$, el polinomio $ax^2 + bx + c$, debe tener a lo máximo dos raíces. Sean éstas x_1 y x_2. Este polinomio puede ser factorizado de la siguiente manera

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Ejemplo:

Resolveremos como modelo la letra (a)

$$\boldsymbol{x^2 - 5x + 6 = 0}$$

Fórmula resolvente:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Por lo tanto $\boldsymbol{x^2 - 5x + 6} = 1 \cdot (x - 3) \cdot (x - 2)$. Luego

$$x^2 - 5x + 6 = \boldsymbol{1 \cdot (x - 3) \cdot (x - 2) = 0}$$

- Resolveremos este ejemplo usando otro teorema que dice que, las raíces x_1 y x_2 de un polinomio de grado 2, $ax^2 + bx + c$, tienen la siguiente relación:

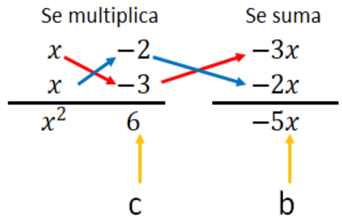
$$\begin{cases} x_1 . x_2 = c/a \\ (x_1 + x_2) = -b/a \end{cases}$$

$$\boldsymbol{x^2 - 5x + 6 = 0}$$

Construiremos un dispositivo en forma de tabla con 3 columnas.

En la primera columna se colocan x, de tal forma que multiplicada da el término ax^2

Para la segunda columna, se buscan dos números que multiplicados den el término independiente y se colocan como indica el esquema abajo. Luego se multiplican sus filas. A seguir, se hace el producto cruzado como indican las flechas y los mismos se colocan en la tercera columna. Después se suman las filas.



Las dos primeras columnas, leídas horizontalmente, son los factores con los que podemos expresar el polinomio

$$\begin{array}{rr|r} (x & -2) & -3x \\ (x & -3) & -2x \\ \hline x^2 & 6 & -5x \end{array}$$

$$\boldsymbol{x^2 - 5x + 6 = (x-2)\cdot(x-3) = 0}$$

Este método es útil cuando las raíces son racionales. Caso contrario, sólo se puede usar el primer método. Esto ocurre en el ejercicio del ítem (f).

- Resuelva los ítems restantes del ejercicio 4 usando ambos métodos

Ejercicio 5. Resuelva las siguientes ecuaciones de segundo grado completando cuadrados.

a. $\boldsymbol{x^2 - 4x - 12 = 0}$

b. $\boldsymbol{p^2 - 15 = -2p}$

c. $\boldsymbol{2m^2 - 8 = -6m}$

d. $3x\left(x+\frac{1}{2}\right) = 3\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{3}x\right)$

e. $\boldsymbol{3s^2 - s = 0}$

f. $\boldsymbol{2p(p+4)+1 = \frac{1}{2}(2p+10)}$

Ejemplo:

Repasando:

Para hacer que $x^2 + bx$ sea un cuadrado perfecto, se suma $\left(\frac{b}{2}\right)^2$, el cuadrado de la mitad del coeficiente de x. Esto da el cuadrado perfecto

$$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x+\frac{b}{2}\right)^2$$

Resolveremos la letra (c) como ejemplo:

$$2m^2 - 8 = -6m$$

Condiciones de existencia: Como la incógnita m no está en el denominador, no hay que eliminar ningún valor en particular. Luego el **Dominio de la ecuación** es $\mathbb{R}$

$2m^2 - 8 = -6m$	Ecuación dada
$2m^2 + 6m = 8$	Efectuando las operaciones correspondientes
$2(m^2 + 3m) = 8$	Sacando Factor Común en el PM
$m^2 + 3m = 4$	Dividiendo por 2 ambos miembros

$$m^2+3m+\left(\frac{3}{2}\right)^2=4+\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$$

Completando cuadrados en el PM

$$\left(m+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$$

$$\sqrt{\left(m+\frac{3}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}$$

Aplicando raíz cuadrada a ambos miembros

$$\left|m+\frac{3}{2}\right|=\frac{5}{2}$$

Simplificando el PM

$$m+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}\ \text{(si } m+\frac{3}{2}\geq 0) \quad \text{ó} \quad m+\frac{3}{2}=-\frac{5}{2}\ \text{(si } m+\frac{3}{2}<0)$$

Aplicando definición de Valor Absoluto (Unidad 1)

$$m_1=\frac{5}{2}-\frac{3}{2}=\frac{2}{2}=1 \quad \text{ó} \quad m_2=-\frac{5}{2}-\frac{3}{2}=-\frac{8}{2}=-4$$

Efectuando las operaciones correspondientes

$\boldsymbol{m_1=1}$ ó $\boldsymbol{m_2=-4}$

Comprobación de las respuestas

Para $\boldsymbol{m_1=1}$

PM: $2m^2-8=\xrightarrow[m_1=1]{} 2(1)^2-8=2-8=-6$

SM: $-6m=\xrightarrow[m_1=1]{} -6m=-6\cdot(1)=-6$

$\Rightarrow \mathrm{PM}=\mathrm{SM}=-6$

Luego $m_1=1$ es solución de la ecuación

Para $\boldsymbol{m_2=-4}$

PM: $2m^2-8=\xrightarrow[m_2=-4]{} 2(-4)^2-8=32-8=24$

SM: $-6m=\xrightarrow[m_2=-4]{} -6m=-6\cdot(-4)=24$

$\Rightarrow \mathrm{PM}=\mathrm{SM}=24$

Luego $\boldsymbol{m_2=-4}$ también es solución de la ecuación
El Conjunto Solución (S) entonces es: $\boldsymbol{S=\{-4\,,1\}}$

- Resuelva los ítems restantes del ejercicio 5.

Ejercicio 6. Halle las soluciones reales de cada ecuación.

a. $\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+2}=\frac{5}{4}$

b. $\frac{m}{2m+7}-\frac{m+1}{m+3}=1$

c. $\sqrt{2x+1}+1=x$

d. $\sqrt{\sqrt{s-5}+s}=5$

e. $2p(p^3+2p)=-1$

f. $2r^3\left(\frac{1}{2}r^3-1\right)-1=2$

g. $2x^{3/2}-2x^{5/2}=3x^{1/2}$

h. $12t^{2/3}+t^{8/3}=7t^{5/3}$

i. $|3x+5|=1$

j. $|5s-2|=7$

Ejemplos:

Resolveremos algunos ejemplos

(a) $\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+2}=\frac{5}{4}$

(c) $\sqrt{2x+1}+1=x$

(g) $2x^{3/2}-2x^{5/2}=3x^{1/2}$

(i) $|3x+5|=1$

Solución de (a)

$$\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+2}=\frac{5}{4}$$

Condiciones de existencia: Como los denominadores no pueden ser 0, debemos exigir que $x\neq 1$ y $x\neq -2$, pues estos valores anulan a $x-1$ y a $x+2$

Dominio de la ecuación es $\mathbb{R}-\{-2\,,1\}$

En estos casos, debemos igualar todo a 0:

$$\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+2}=\frac{5}{4}$$

Ecuación dada

$$\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+2}-\frac{5}{4}=0$$

Sumando en ambos miembros $\left(-\frac{5}{4}\right)$

$$\frac{4\cdot(x+2)+4(x-1)-5(x-1)(x+2)}{4(x-1)(x+2)}=0$$

Sacando común denominador y sumando las fracciones algebraicas

$$\frac{4x+8+4x-4-5[x^2+x-2]}{4(x-1)(x+2)}=0$$

Efectuando las operaciones en el numerador

$\dfrac{4x+8+4x-4-5\,x^2-5x+10}{4(x-1)(x+2)}=0$	Efectuando las operaciones en el numerador
$\dfrac{-5\,x^2+3x+14}{4(x-1)(x+2)}=0$	El denominador no es cero. La única posibilidad es que el numerador sea 0
$-5\,x^2+3x+14=0$	Resolviendo la ecuación de segundo grado con la fórmula resolvente en el numerador
$x_1=2\ ;\ \ x_2=-\frac{7}{5}$	Raíces de la ecuación

Ambas raíces pertenecen al dominio de la ecuación. Luego $\boldsymbol{S}=\left\{-\frac{7}{5}\,,\mathbf{2}\right\}$

Solución de (c)

$$\boldsymbol{\sqrt{2x+1}+1=x}$$

Condiciones de existencia: Como es una raíz cuadrada, el radicando no puede ser negativo. O sea $2x+1\geq 0 \quad \Rightarrow \quad x\geq -\frac{1}{2}$

Dominio de la ecuación es $\{x\ \in \mathbb{R}|\ x\geq -\frac{1}{2}\}$

$\sqrt{2x+1}+1=x$	
$\sqrt{2x+1}=x-1$	Restamos 1 a ambos miembros
$\left(\sqrt{2x+1}\right)^{\mathbf{2}}=(x-1)^2$	Elevamos al cuadrado ambos miembros para eliminar la raíz
$2x+1=\ x^2-2x+1$	Desarrollamos el cuadrado del segundo miembro
$x^2-2x+1-2x-1=0$	Suma de opuestos en ambos miembros.
$x^2-4x=0$	Simplificación.
$x(x-4)=0$	Factorización.
$x_1=0 \quad$ o $\quad x_2=4$	Raíces de la ecuación al cuadrado

Aquí las soluciones potenciales son, entonces, $x_1=0$ y $x_2=4$. Es necesario comprobarlas para ver si cumplen con la ecuación original. Estas soluciones potenciales, son soluciones de la ecuación al cuadrado y podrían no serlo de la original.

Comprobación para $x_1 = 0$

PM: $\sqrt{2x+1}+1 \underbrace{=}_{x_1=0} \sqrt{2.\mathbf{0}+1}+1 = \sqrt{0+1}+1 = 1+1 = 2$

SM: $x \underbrace{=}_{x_1=0} 0$

Como PM≠ SM ; $x_1 = 0$ no es solución

Comprobación para $x_2 = 4$

PM: $\sqrt{2x+1}+1 \underbrace{=}_{x_2=4} \sqrt{2.\mathbf{4}+1}+1 = \sqrt{9}+1 = 3+1 = 4$

SM: $x \underbrace{=}_{x_2=4} 4$

Como PM= SM; $x_2 = 4$ es solución. Y 4 está en el dominio de la ecuación pues $4 > -\frac{1}{2}$

El Conjunto Solución es: $S = \{4\}$

Solución de (g)

$$2x^{3/2} - 2x^{5/2} = 3x^{1/2}$$

Dominio de la ecuación es $\mathbb{R}$

$2x^{3/2} - 2x^{5/2} = 3x^{1/2}$	Ecuación dada
$2x^{3/2} - 2x^{5/2} - 3x^{1/2} = 0$	Pasaje de términos
$x^{1/2}(2x - 2x^2 - 3) = 0$	Factorizando
$x^{1/2}(-2x^2 + 2x - 3) = 0$	El polinomio entre paréntesis no tiene raíces reales.
$x^{1/2} = 0 \Rightarrow x = 0$	Raíz.

Comprobación para $x = 0$

PM: $2x^{3/2} - 2x^{5/2} \underbrace{=}_{x=0} 2\mathbf{0}^{3/2} - 2\mathbf{0}^{5/2} = 0$

SM: $3x^{1/2} \underbrace{=}_{x_1=0} 3 \cdot \mathbf{0}^{1/2} = 0$

Como PM= SM; $x = 0$ es solución.

El Conjunto Solución es: $S = \{0\}$

Solución de (i)

$$|3x+5| = 1$$

Dominio de la ecuación: $\mathbb{R}$

$\vert 3x+5\vert = 1$	Ecuación dada

$$3x+5=1 \quad (1)$$
o — Por definición de Valor Absoluto
$$3x+5=-1 \quad (2)$$

(1) $3x+5=1$ — Resolviendo la ecuación (1)
$$3x=1-5=-4$$
$$x_1=-\frac{4}{3}$$ Raíz de la ecuación (1)

(2) $3x+5=-1$ — Resolviendo la ecuación (1)
$$3x=-1-5=-6$$
$$x_2=-\frac{6}{3}=-2$$ Raíz

Comprobación para $x_1=-\frac{4}{3}$

$$|3x+5| \underbrace{=}_{x_1=-\frac{4}{3}} \left|3\left(-\frac{4}{3}\right)+5\right|=|-4+5|=|1|=1$$ Verifica la ecuación

Comprobación para $x_2=-2$

$$|3x+5| \underbrace{=}_{x_2=-2} |3(-2)+5|=|-6+5|=|-1|=1$$ Verifica la ecuación

El Conjunto Solución es: $S=\left\{-\frac{4}{3},-2\right\}$

- Resuelva los ítems restantes del ejercicio 6.

Ejercicio 7. Sea $S=\left\{-2,-1,0,\frac{1}{2},\ 1,\sqrt{2},2,4\right\}$ Determine cuáles elementos de S cumplen con la desigualdad en cada caso.

a. $\mathbf{4x-2\geq 2x}$

b. $\mathbf{1<2x-4\leq 7}$

c. $\mathbf{m^2+2<4}$

Resolveremos algunos elementos de S para la inecuación (b)

$$\mathbf{1<2x-4\leq 7}$$

Para $x=-2$

$1<2x-4\leq 7 \Rightarrow 1<2(-2)-4\leq 7 \Rightarrow 1<-4-4\leq 7 \Rightarrow \mathbf{1<-8}\leq 7$

Error $\mathbf{1\nless -8}$ Por lo tanto -2 no verifica la desigualdad

Para $x=4$

$1<2x-4\leq 7 \Rightarrow 1<2(4)-4\leq 7 \Rightarrow 1<8-4\leq 7 \Rightarrow \mathbf{1<4\leq 7}$

Ambas desigualdades son correctas. Luego 4 verifica la desigualdad.

- Resuelva los ítems restantes del ejercicio 7.

Ejercicio 8. Resuelva cada una de las siguientes desigualdades lineales. Exprese la solución usando notación de intervalos y grafique el conjunto solución.

a. $\mathbf{7m - 3 > 2m + 3}$

b. $4x + 7 \leq 9x - 2$

c. $\frac{1}{3}y + 2 < \frac{1}{6}y - 1$

d. $\mathbf{-\frac{5}{2}(x - 2) < -3\left(\frac{1}{6}x + 2\right)}$

e. $\mathbf{-\frac{2}{3}(2r + 5) \geq \frac{3}{4}r - 2}$

f. $\mathbf{\frac{1}{6} < \frac{2t-13}{12} \leq \frac{2}{3}}$

g. $\mathbf{-\frac{1}{2} \leq \frac{4-3s}{5} \leq \frac{1}{4}}$

Cuando tratamos con desigualdades debemos tener en cuenta las siguientes propiedades

Propiedades de las desigualdades

Sean a, b, c y d números reales.

1. Propiedad transitiva

   $a < b$ y $b < c \quad \Rightarrow \quad a < c$

2. Suma de desigualdades

   $a < b$ y $c < d \quad \Rightarrow \quad a + c < b + d$

3. Suma de una constante

   $a < b \quad \Rightarrow \quad a + c < b + c$

4. Multiplicación por una constante

   Para $c > 0$; $a < b \quad \Rightarrow \quad a \cdot c < b \cdot c$

   Para $c < 0$; $a < b \quad \Rightarrow \quad a \cdot c > b \cdot c$ Invertir la desigualdad cuando se multiplica por un número negativo

Resolveremos algunos ejercicios como ejemplo. Empezamos con el (b)

$$\mathbf{4x + 7 \leq 9x - 2}$$

Dominio de la inecuación: $\mathbb{R}$

$4x + 7 \leq 9x - 2$	Inecuación dada
$4x + 7 - 7 \leq 9x - 2 - 7$	Sumando (-7) en ambos miembros
$4x \leq 9x - 9$	Resolviendo
$4x - 9x \leq -9$	Sumando $(-9x)$ en ambos miembros
$-5x \leq -9$	Resolviendo
$5x \geq 9$	Multiplicando por (-1) ambos miembros
$x \geq \frac{9}{5}$	Multiplicando por $(\frac{1}{5})$ ambos miembros

Intervalo : $[\frac{9}{5}, \infty)$

Resolveremos ahora la inecuación (f)

$$\mathbf{\frac{1}{6} < \frac{2t-13}{12} \leq \frac{2}{3}}$$

Dominio de la inecuación: $\mathbb{R}$

$\mathbf{\frac{1}{6} < \frac{2t-13}{12} \leq \frac{2}{3}}$	Inecuación dada
$12 \cdot \frac{1}{6} < 12 \cdot \frac{2t-13}{12} \leq 12 \cdot \frac{2}{3}$	Multiplicando por (12) en ambos miembros
$2 < 2t - 13 \leq 8$	Resolviendo
$2 + 13 < 2t - 13 + 13 \leq 8 + 13$	Sumando 13) en ambos miembros
$15 < 2t \leq 21$	Resolviendo
$\frac{1}{2} \cdot 15 < \frac{1}{2} \cdot 2t \leq \frac{1}{2} \cdot 21$	Multiplicando por $\left(\frac{1}{2}\right)$ ambos miembros
$\frac{15}{2} < t \leq \frac{21}{2}$	Resolviendo

Intervalo : $(\frac{15}{2}, \frac{21}{2}]$

- Resuelva los ítems restantes del ejercicio.

Ejercicio 9. Resuelva cada una de las siguientes desigualdades no lineales. Exprese la solución, usando notación de intervalos y grafique el conjunto solución.

Repasando:

Recordemos la propiedad del factor cero:
si $a \cdot b = 0$,entonces $a = 0$ o $b = 0$

a. $\mathbf{2(x-4)(x+3)>0}$

b. $\mathbf{2x^2-5x\leq 3(x-8)}$

c. $\mathbf{3m^2>9(m-6)}$

d. $\mathbf{r^2\leq 16}$

e. $\mathbf{(s-4)(s+3)(s-1)\leq 0}$

f. $\mathbf{25x\leq x^3}$

g. $\mathbf{\frac{x-1}{x+2}<0}$

h. $\mathbf{-2<\frac{5x-2}{x+3}}$

i. $\mathbf{4<\frac{8s}{2s+3}}$

j. $\mathbf{1+\frac{2}{m+1}\leq\frac{2}{m}}$

k. $\mathbf{\frac{3}{x-1}-\frac{4}{x}\geq 1}$

l. $\mathbf{\frac{1}{p+1}+\frac{1}{p+2}\leq 0}$

Resolveremos 3 casos importantes (a), (b) y (k). Cada uno de ellos, responde a un tipo particular de resolución. Pero todos comparten el hecho de que se debe dejar de un lado de la inecuación los factores (polinomios factorizados y factores numéricos) y del otro lado, **debe** quedar un 0 (cero).

Comenzamos con (a)

$$\mathbf{2(x-4)(x+3)>0}$$

Dominio de la inecuación: $\mathbb{R}$

$2(x-4)(x+3)>0\ \ (*)$ Inecuación dada

$(*)$ la expresión ya está factorizada en este caso.

Las raíces de las ecuaciones son $x_1 = 4$ y $x_2 = -3$

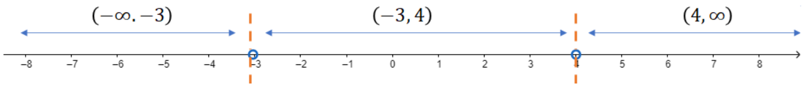
El producto de los 3 factores debe ser positivo. Deberíamos considerar todas las posibilidades de signo de los factores (excepto 2 que es positivo) y resolver cada una de éstas, para luego hacer la unión de todos los intervalos.

En lugar de esto, usaremos un excelente recurso:

Construiremos una Tabla de doble entrada.

- Las raíces dividen a la recta real en tres intervalos: $(-\infty.-3)$; $(-3,4)\ y\ (4,\infty)$

  Gráficamente:



La tabla:

Número testigo →	-4	0	5
factores \ intervalo	$(-\infty.-3)$	$(-3,4)$	$(4,\infty)$
$(x-4)$	$-$	$-$	$+$
$(x+3)$	$-$	$+$	$+$
2	$+$	$+$	$+$
$2(x-4)(x+3)$	$+$	$-$	$+$

Parece desnecesario colocar el 2 como un factor más en la tabla. Sin embargo, si fuese un número negativo, influiría en el signo del resultado.
En cada intervalo, elegimos un “número testigo” con el cual evaluamos cada factor. Así obtenemos el signo del factor en cada intervalo.
Ejemplo:
Número testigo: $x=-4$
Factor:

$(x-4)=-4-4=-8<0$ se coloca un signo $(-)$ en la tabla

$(x+3)=-4+3=-1<0$ se coloca un signo $(-)$ en la tabla

Número testigo: $x=0$
Factor:

$(x-4)=0-4=-4<0$ se coloca un signo $(-)$ en la tabla

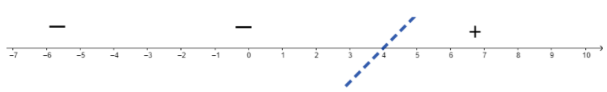
$(x+3)=0+3=3>0$ se coloca un signo $(+)$ en la tabla

Luego, la inecuación $2(x-4)(x+3)>0$, será positiva en $(-\infty.-3)\cup(4,\infty)$

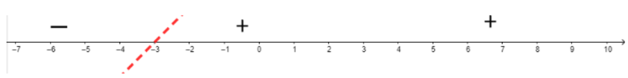
$$\boldsymbol{S=(-\infty.-3)\cup(4,\infty)}$$

También puede hacerse un razonamiento geométrico: $(*)$

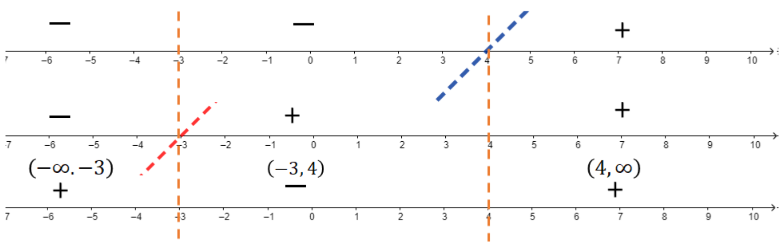
$(x-4)$ Es una recta con pendiente positiva. Corta al *eje* x en $x=4$



$(x+3)$ Es una recta con pendiente positiva. Corta al *eje* x en $x=4$



$(x-4)(x+3)$



Las líneas verticales corresponden a las raíces de las ecuaciones

En la última semirrecta, se muestra el resultado.

Luego, la inecuación $2(x-4)(x+3) > 0$, será positiva en $(-\infty.-3) \cup (4,\infty)$

$$\boldsymbol{S = (-\infty.-3) \cup (4,\infty)}$$

$(*)$*esta opción es para aquellos alumnos a los cuales les resulta más fácil pensar geométricam*

Resolveremos el ítem (b)

$$2x^2 - 5x \leq 3(x-8)$$

Dominio de la inecuación: $\mathbb{R}$

$2x^2 - 5x \leq 3(x-8)$	Inecuación dada
$2x^2 - 5x - 3(x-8) \leq 3(x-8) - 3(x-8)$	Sumando $-3(x-8)$ en ambos miembros
$2x^2 - 5x - 3(x-8) \leq 0$	Resolviendo
$2x^2 - 5x - 3x + 24 \leq 0$	Propiedad distributiva
$2x^2 - 8x + 24 \leq 0$	Sumar términos semejantes
$2(x^2 - 4x + 12) \leq 0$	Factor común

En este caso, el polinomio $x^2 - 4x + 12$ no tiene raíces reales, por lo tanto, no lo podemos factorizar en $\mathbb{R}$. Como el coeficiente del término cuadrático es positivo, este polinomio es positivo para todos los $x \in \mathbb{R}$. Tenemos entonces:

$2 > 0$ y $x^2 - 4x + 12 > 0$

Como el producto de dos números positivos es siempre positivo, concluimos que no existe ningún número real que satisface la desigualdad. Por lo tanto $\boldsymbol{S} = \emptyset$

Ahora resolveremos el ítem (k)

$$\boldsymbol{\frac{3}{x-1} - \frac{4}{x} \geq 1}$$

Condiciones de existencia: Como la incógnita está en el denominador, $x \neq 1$ y $x \neq 0$

Dominio de la inecuación es $\mathbb{R} - \{0\,,1\}$

Aquí debemos recordar la recomendación de dejar de un lado de la inecuación los términos (o los factores, según el caso) y del otro lado, **debe** quedar un 0 (cero).

$\boldsymbol{\frac{3}{x-1} - \frac{4}{x} \geq 1}$	Inecuación dada
$\boldsymbol{\frac{3}{x-1} - \frac{4}{x} + (-1) \geq 1 + (-1)}$	Sumando -1 en ambos miembros
$\frac{3}{x-1} - \frac{4}{x} - 1 \geq 0$	Resolviendo

$$\frac{3x-4(x-1)-x(x-1)}{x(x-1)} \geq 0$$ Sumando fracciones algebraicas

$$\frac{3x-4x+4-(x^2-x)}{x(x-1)} \geq 0$$ Propiedad distributiva

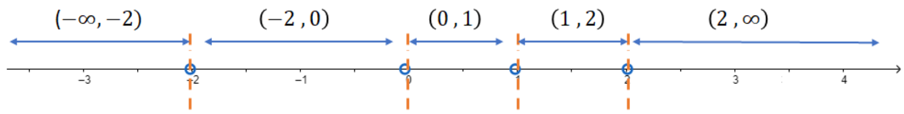
$$\frac{-x+4-x^2+x}{x(x-1)} \geq 0$$ Sacando el paréntesis

$$\frac{4-x^2}{x(x-1)} \geq 0$$ Simplificando

$$\frac{(2+x)(2-x)}{x(x-1)} \geq 0$$ Inecuación totalmente factorizada

Factores de la inecuación $(2+x)\,;\,(2-x)\;;\;x\;;\;(x-1)$

Tabla de doble entrada:
Raíces de los factores: $x=0\,;x=2\,;x=-2\,;x=1$
Intervalos: $(-\infty,-2)\;;\;(-2\,,0)\;;\;(0\,,1)\;;\;(1\,,2)\;;\;(2\,,\infty)$



Números testigo → -3 -1 0.5 1.5 3

factores \ intervalo	$(-\infty,-2)$	$(-2\,,0)$	$(0\,,1)$	$(1\,,2)$	$(2\,,\infty)$
$(2+x)$	$-$	$+$	$+$	$+$	$+$
$(2-x)$	$+$	$+$	$+$	$+$	$-$
x	$-$	$-$	$+$	$+$	$+$
$(x-1)$	$-$	$-$	$-$	$+$	$+$
$\frac{(2+x)(2-x)}{x(x-1)}$	$-$	$+$	$-$	$+$	$-$

Luego, la inecuación $\frac{(2+x)(2-x)}{x(x-1)} \geq 0$, será positiva en, en primera instancia en:

$$(-2\,,0)\cup(1\,,2)$$

Como la inecuación admite la igualdad, debemos analizar en los extremos, excluyendo los valores que no pertenecen al Dominio de la inecuación. Luego:

$$\boldsymbol{S=[-2\,,0)\cup(1\,,2]}$$

Puede ser resuelto geométricamente también. ¡Inténtelo!

- Resuelva los ítems restantes del ejercicio 9.

Ejercicio 10. Resuelva cada una de las siguientes desigualdades con valor absoluto. Exprese la solución, usando notación de intervalos y grafique el conjunto solución.

a. $|2x-6| \leq 4$ *b.* $8-|2x-1| \geq 6$

c. $|5x-2| > 9$ *d.* $5|m+3|-5 > 3$

e. $\left|\frac{s-2}{3}\right| < 2$ *f.* $4|3p-5|+7 \leq 10$

Repaso de conceptos

Debemos considerar el concepto de Valor absoluto y sus propiedades.

El valor **absoluto o módulo** de un número real cualquiera **x:**

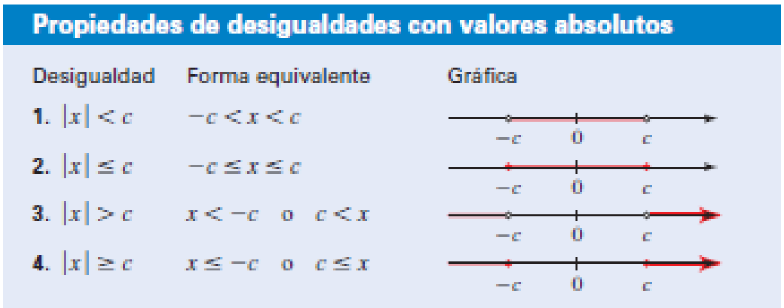
Se simboliza | x |, es la distancia entre x y cero en la recta numérica, por lo cual nunca puede ser un valor negativo

Es decir que | x | ≥ 0

Definición:

Valor absoluto de un número es | x |, tal que: | x | $= \begin{cases} -x, & x<0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$

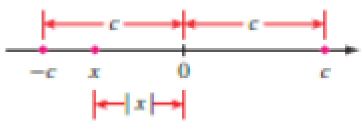
Propiedades de desigualdades con Valor absoluto



Propiedades de desigualdades con valores absolutos

Desigualdad	Forma equivalente	Gráfica
1. $|x| < c$	$-c < x < c$	
2. $|x| \leq c$	$-c \leq x \leq c$	
3. $|x| > c$	$x < -c$ o $c < x$	
4. $|x| \geq c$	$x \leq -c$ o $c \leq x$	

Estas propiedades se pueden demostrar mediante la definición de valor absoluto. Para demostrar la propiedad 1, nótese que $|x| < c$ menciona que la distancia de x a 0 es menor que c y en el siguiente gráfico se observa que esto es verdadero sí y sólo sí x está entre –c y c.



Resolveremos ejercicios b) y d).

Comenzamos con b)

$$8-|2x-1| \geq 6$$

$8-\|2x-1\|\geq 6$ $8-\|2x-1\|\geq 6$	Inecuación dada
$8+(-8)-\|2x-1\|\geq 6+(-8)$	Sumamos (-8) a cada miembro.
$-\|2x-1\|\geq -2$	Resolvemos.
$\dfrac{-\|2x-1\|}{(-1)}\geq \dfrac{-2}{(-1)}$	Dividimos por (-1) a cada miembro.
$\|2x-1\|\leq 2$	Resolvemos.
$-2\ \leq 2x-1\leq 2$	Aplicamos la forma equivalente de la Propiedad 2.
$-2+(1)\leq 2x-1+(1)\leq 2+(1)$	Sumamos (1) a cada miembro.
$-1\ \leq 2x\leq 3$	Resolvemos.
$-1\,.\left(\frac{1}{2}\right)\leq 2x.\left(\frac{1}{2}\right)\leq 3.\left(\frac{1}{2}\right)$	Multiplicamos por $\left(\frac{1}{2}\right)$ a cada miembro.
$-\left(\frac{1}{2}\right)\leq x\leq \left(\frac{3}{2}\right)$	Inecuación resuelta.

Resolver una desigualdad que contenga una variable significa encontrar todos los valores de esa variable que hagan verdadera la desigualdad. Por lo general, a diferencia de una ecuación, la desigualdad tiene infinidad de soluciones que forman un intervalo o una unión de intervalos en la recta real.
Mediante la notación por intervalos, el conjunto solución es el siguiente:

$$\boldsymbol{S=\left[-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right]}$$

Geométricamente, el conjunto solución está formado por todos los números comprendidos en el intervalo dado anteriormente.

Verificación:
Debemos comprobar que el intervalo hallado como solución, verifica. Por lo tanto, elegimos un valor que esté dentro de ese intervalo y procedemos a la evaluación del mismo en la inecuación:

Para $\boldsymbol{x=1}$

$$8-|2(\mathbf{1})-1|\geq 6$$
$$8-|2-1|\geq 6$$

$$8-|1|\geq 6$$
$$8-1\geq 6$$
$$7\geq 6$$ ✓

Ahora resolveremos ejercicio d)

$$5|m+3|-5>3$$

En primer lugar, hay que dejar de un lado de la inecuación la expresión que contiene el valor absoluto, para poder resolver aplicando la propiedad correspondiente.

$5\lvert m+3\rvert-5>3$	Inecuación dada.
$5\lvert m+3\rvert-5+(5)>3+(5)$	Sumamos (5) a cada miembro.
$5\lvert m+3\rvert>8$	Resolvemos.
$\left(\frac{1}{5}\right).5\lvert m+3\rvert>\left(\frac{1}{5}\right)\cdot 8.$	Multiplicamos por $\left(\frac{1}{5}\right)$.
$\lvert m+3\rvert>\left(\frac{8}{5}\right)$	Resolvemos.
$m+3>\left(\frac{8}{5}\right)\ (I)\quad \vee \quad m+3<-\left(\frac{8}{5}\right)\ (II)$	Aplicamos la forma equivalente de la Propiedad 3.
$(I)\quad m+3+(-3)>\left(\frac{8}{5}\right)+(-3)$	En (I), sumamos (-3) a cada miembro.
$m>-\left(\frac{7}{5}\right)$	Resolvemos. Obtenemos un intervalo solución de la inecuación.
$(II)\quad m+3+(-3)<-\left(\frac{8}{5}\right)+(-3)$	En (II), sumamos (-3) a cada miembro.
$m<-\left(\frac{23}{5}\right)$	Resolvemos. Obtenemos otro intervalo solución de la inecuación
$S=\left(-\infty;-\frac{23}{5}\right)\cup\left(-\frac{7}{5};\infty\right)$	Conjunto solución mediante notación de intervalos.

Geométricamente, el conjunto solución es el siguiente:

Finalmente se procede a la verificación e la inecuación, tomando valores de cada uno de los intervalos de solución.

Para $\boldsymbol{m=-6}$

$$5|(-6)+3|-5>3$$
$$5|(-3)|-5>3$$

$$5.3 - 5 > 3$$
$$15 - 5 > 3$$
$$10 > 3$$

Para $\boldsymbol{m = 2}$

$$5|(2) + 3| - 5 > 3$$
$$5|5| - 5 > 3$$
$$25 - 5 > 3$$
$$20 > 3$$

Ejercicio 11. Justificar analíticamente si las rectas $3x - y = 0$ e $y = -4 + \frac{1}{8}x$ son secantes o paralelas. Verificar gráficamente tu respuesta.

Repaso de conceptos

En este ejercicio analizaremos ecuaciones para rectas que se encuentran en un plano de coordenadas. Existen distintas formas de representar la ecuación de una recta.

- Ecuación general de la recta:

$$Ax + By + C = 0 \qquad A\ y\ B\ no\ son\ cero.$$

- Forma pendiente- intersección de la recta

$$y = mx + b$$

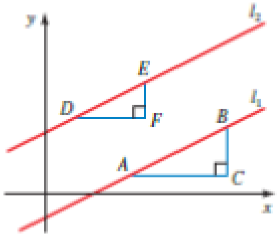
Donde m es la pendiente o inclinación de la recta; $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ y b es la intersección con el $eje\ y$, llamada también ordenada al origen.

Rectas parales y rectas secantes

Dos rectas son **paralelas** cuando tiene la misma inclinación o pendiente.

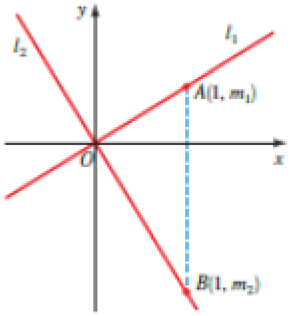
Consideremos que las rectas l_1 y l_2 tiene pendientes m_1 y m_2.

Si $m_1 = m_2$, como en el ejemplo gráfico, son paralelas



Dos rectas son **secantes**, cuando se cortan en un punto, es decir si los coeficientes de x e y no son proporcionales. O sea, son secantes cuando tiene distinta pendiente.

Si las rectas son secantes y a la vez se cortan formando 4 ángulos rectos, se dice que son **perpendiculares**



La condición de perpendicularidad no es están obvia. Dos rectas con pendientes m_1 y m_2, son perpendiculares sí y sólo sí $\boldsymbol{m_1.m_2 = -1}$; es decir, sus pendientes son opuestas y recíprocas: $\boldsymbol{m_2 = -\frac{1}{m_1}}$

Para las rectas dadas:

$$(I)\ \ 3x - y = 0$$
$$(II)\ \ y = -4 + 1/8\, x$$

En (I), se desarrolla a forma pendiente- intersección: $y = 3x$

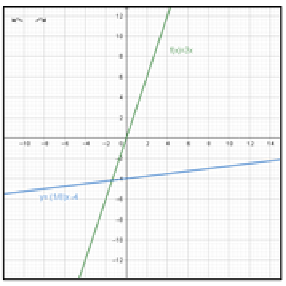
En (II), reordenamos la forma pendiente- intersección $y = 1/8\, x - 4$

Para comprobar paralelismo, deberían tener la misma pendiente, situación que no ocurre. $m_1 = 3$; $m_2 = \frac{1}{8} \rightarrow m_1 \neq m_2$

El hecho de tener distintas pendientes es condición para que sean **secantes**, es decir que se cortan en un punto. Gráficamente, podremos observar la intersección.

Por último, al ser secantes podríamos corroborar si son perpendiculares. Para eso, desarrollamos la verificación, a través de sus pendientes para comprobar sin son recíprocas negativas.

$$m_1.m_2 = -1$$
$$(3).\left(\frac{1}{8}\right) = -1$$
$$\left(\frac{3}{8}\right) \neq -1$$



Conclusión: las rectas sólo son secantes, no existe condición de perpendicularidad.

Ejercicio 12. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones, por un método analítico y por el método gráfico.

1. $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$ **2.** $\begin{cases} 2x + y = 11 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ -x + \frac{3}{2}y = 4 \end{cases}$ **4.** $\begin{cases} 2x + 6y = 0 \\ -3x - 9y = 18 \end{cases}$

5. $\begin{cases} -x + \frac{1}{2}y = -5 \\ 2x - y = 10 \end{cases}$ **6.** $\begin{cases} 12x + 15y = -18 \\ 2x + \frac{5}{2}y = -3 \end{cases}$

Revisión de conceptos

Un sistema de ecuaciones es un conjunto de ecuaciones con las mismas incógnitas. Una solución de un sistema es una asignación de valores para las incógnitas que cumplen cada una de las ecuaciones. Resolver un sistema significa encontrar todas las soluciones del sistema.

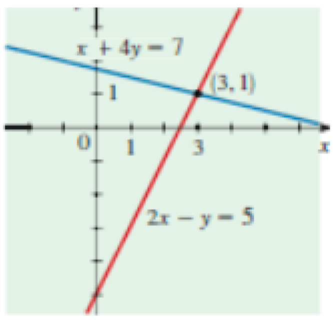
Ejemplo:

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \;\; Ec.(I) \\ x + 4y = 7 \;\; Ec.(II) \end{cases}$$

Se puede comprobar que $x = 3$ e $y = 1$ es una solución de este sistema.

Ecuación (I)	**Ecuación (II)**
$2x - y = 5$	$x + 4y = 7$
$2.(3) - (1) = 5$	$(3) + 4.(1) = 7$
$6 - 1 = 5$	$3 + 4 = 7$

La solución se puede escribir como par ordenado (3; 1).
Además de la solución analítica, siempre existe la solución geométrica o gráfica.



Existen métodos analíticos de resolución, que a continuación detallaremos aplicándolos a la resolución del ejercicio 1).

Método de Sustitución

En este método empezamos con una ecuación en el sistema y despejamos una incógnita en términos de la otra.

Procedimiento:

- ***Despejar una incógnita.*** Escoja una ecuación y despeja una incógnita en términos de la otra incógnita.
- ***Sustituir.*** Para obtener una ecuación con una incógnita sustituya en la otra ecuación la expresión que encontró en el paso 1 y luego despeje dicha incógnita.
- ***Sustituir hacia atrás.*** Para despejar la incógnita restante sustituya en la expresión encontrada en el paso 1 la expresión que encontró en el paso 2.

Demostración para ejercicio 1)

$$\begin{cases} x + y = 4 & Ec.(I) \\ 2x - y = 2 & Ec.(II) \end{cases}$$

- ***Despejar una incógnita.*** De la Ec. (I) despejamos la incógnita y.

$$y = -x + 4$$

- ***Sustituir.***

$2x - y = 2$	Ecuación II
$2x - (-x + 4) = 2$	Sustituimos la expresión encontrada en el paso anterior.
$2x + x - 4 = 2$	Resolvemos paréntesis.
$2x + x - 4 + (4) = 2 + (4)$	Sumamos (4) en cada miembro.
$3x = 6$	Resolvemos y agrupamos términos semejantes.
$3x \cdot \left(\frac{1}{3}\right) = 6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)$	Multiplicamos por $\left(\frac{1}{3}\right)$ a cada miembro.
$x = 2$	Encontramos valor de la variable.

- ***Sustituir hacia atrás.*** Para determinar el valor de la variable restante, procedemos a sustituir la variable hallada en el paso 2 (variable $\boldsymbol{x = 2}$) en la ecuación resultante del paso 1.

$y = -x + 4$	Ecuación hallada en paso 1.
$y = -(\mathbf{2}) + 4$	Sustituimos por x=2 (Hallado en el paso 2).
$y = 2$	Encontramos valor de la variable y.

$$\boldsymbol{Solución}: \{(\mathbf{2}; \mathbf{2})\}$$

Método de igualación

En este método despejamos en ambas ecuaciones del sistema, la misma variable (cualquiera de las dos) y posteriormente igualamos ambas ecuaciones.

Procedimiento:

- ***Despejar la misma incógnita.*** Escoja una variable (x o y) y despeje en ambas ecuaciones esa variable en términos de la otra.
- ***Igualar.*** Proceda igualando ambas ecuaciones y opere algebraicamente para obtener el valor de la variable.
- ***Sustituir hacia atrás.*** Para despejar la incógnita restante sustituya en cualquiera de las expresiones encontradas en el paso 1, la expresión que encontró en el paso 2.

Demostración para ejercicio 1)

$$\begin{cases} x + y = 4 & Ec.(I) \\ 2x - y = 2 & Ec.(II) \end{cases}$$

- ***Despejar la misma incógnita en ambas ecuaciones.*** Para este desarrollo despejamos la variable y en términos de la variable x.

Para ecuación I	Para Ecuación II
$x + y = 4$	$2x - y = 2$
$y = -x + 4$	$y = 2x - 2$

- ***Igualar.***

$$y_1 = y_2$$
Igualamos ambas ecuaciones.

$$-x + 4 = 2x - 2$$

$-x - 2x = -2 - 4$	Reordenamos y agrupamos términos semejantes.
$-3x = -6$	Resolvemos.
$-3x.\left(-\frac{1}{3}\right) = -6.\left(-\frac{1}{3}\right)$	Multiplicamos por $\left(-\frac{1}{3}\right)$ ambos miembros.
$x = 2$	Obtenemos el valor de la variable x.

- ***Sustituir hacia atrás.*** Para despejar la incógnita restante sustituya en cualquiera de las expresiones encontradas en el paso 1, la expresión que encontró en el paso 2.

Para ecuación I

$y = -x + 4$	Expresión hallada en el despeje.
$y = -(2) + 4$	Sustituimos el valor de x=2, encontrado en el paso 2.
$y = 2$	Obtenemos el valor de la variable y.

Para ecuación II

$y = 2x - 2$	Expresión hallada en el despeje.
$y = 2.(2) - 2$	Sustituimos el valor de x=2 encontrado en el paso 2
$y = 2$	Obtenemos el valor de la variable y.

$$\boldsymbol{Soluci\acute{o}n}: \{(\mathbf{2}; \mathbf{2})\}$$

De la misma manera podemos proceder despejando la variable x en términos de la variable y. ¡¡Inténtelo!!

Método de Eliminación

Para resolver un sistema con este método tratamos de combinar las ecuaciones mediante sumas y restas para eliminar una de las incógnitas.

Procedimiento

- ***Ajustar los coeficientes.*** Multiplique una o más de las ecuaciones por números apropiados, de modo que el coeficiente de una incógnita de una ecuación sea el negativo de su coeficiente en la otra ecuación.
- ***Sumar las ecuaciones.*** Sume las dos ecuaciones para eliminar una incógnita y luego despeje la incógnita restante.
- ***Sustituir hacia atrás.*** En una de las ecuaciones originales sustituya el valor encontrado en el paso 2 y despeje la incógnita restante.

Demostración para ejercicio 1)

$$\begin{cases} x+y=4 & Ec.(I) \\ 2x-y=2 & Ec.(II) \end{cases}$$

- ***Ajustar los coeficientes.*** Como los coeficientes en términos de y son negativos entre sí, podemos sumar las ecuaciones para eliminar y.
- ***Sumar las ecuaciones.***

$$\begin{cases} x+y=4 & Ec.(I) \\ 2x-y=2 & Ec.(II) \end{cases}$$ Sistema dado.

$$3x \quad =6$$ Sumamos las ecuaciones.

$$3x\,.\left(\frac{1}{3}\right)=6.\left(\frac{1}{3}\right)$$ Multiplicamos por $\left(\frac{1}{3}\right)$ ambos miembros.

$$x=2$$ Obtenemos la variable x.

- ***Sustituir hacia atrás.*** Sustituimos x=2 en una de las ecuaciones originales, por ejemplo en Ec. (I) y despejamos y.

Para ecuación I

$$x+y=4$$ Ecuación dada.

$$2+y=4$$ Sustituimos por x=2.

$$2+y+(-2)=4\ +(-2)$$ Sumamos (-2) en cada miembro.

$$y=2$$ Resolvemos y obtenemos la variable y.

$$\boldsymbol{Soluci\acute{o}n}: \{(\mathbf{2};\mathbf{2})\}$$

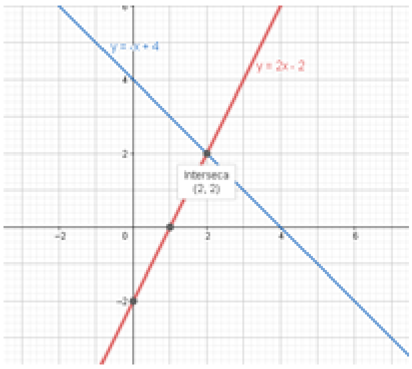
Método gráfico

Procedimiento:

- ***Trazar la gráfica de cada función.*** Exprese cada ecuación de forma apropiada para poder graficar correctamente. Se sugiere expresar la ecuación de la recta e la forma pendiente-intersección.
- ***Encontrar los puntos de intersección.*** Las soluciones son las coordenadas x e y de los puntos de intersección.

Si analizamos lo realizado anteriormente, en el método de Igualación ya determinamos ambas ecuaciones e la forma pendiente- intersección. Por lo tanto, ya tenemos las ecuaciones para poder graficar.

$$\begin{array}{lcl} Ecuación\ (I) & \rightarrow & y = -x + 4 \\ Ecuación\ (II) & \rightarrow & y = 2x - 2 \end{array}$$



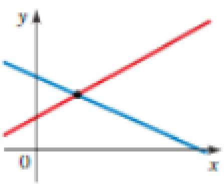
Es necesario realizar un análisis del número de soluciones de un sistema lineal con dos incógnitas. Ya hemos determinado que la gráfica de un sistema lineal con dos incógnitas es un par de rectas, de modo que para resolver gráficamente debemos encontrar el punto o los puntos de intersección de las rectas.

Hay tres posibles resultados para resolver dichos sistemas;

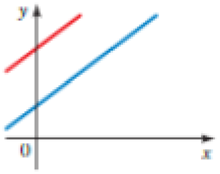
1. El sistema tiene exactamente una solución.
2. El sistema no tiene solución.
3. El sistema tiene infinitas soluciones.

Cuando un sistema no tiene solución se lo denomina *Incompatible o Inconsistente*.

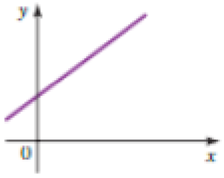
Cuando se tiene solución, si ésta es única es *Compatible determinado* y si las soluciones son infinitas, es *Compatible Indeterminado*.



Las rectas se cruzan en un solo punto. El sistema tiene una sola solución. *Es Compatible Determinado*.



Las rectas son paralelas y no se cruzan. El sistema no tiene solución. *Es Incompatible*.



Las rectas coinciden, las ecuaciones son para la misma recta. El sistema tiene infinitas soluciones. Es *Compatible Indeterminado*.

- Resuelva los ítems restantes del ejercicio 12

Ejercicio 13. Aplicar los criterios para modelar con sistemas de ecuaciones, y resolver las siguientes situaciones:

A) A un empleado de una carpintería se le olvidó anotar cuántas mesas de 3 patas y cuántas de 4 patas tenía que preparar para un pedido.
Si le trajeron 27 tableros y 93 patas. ¿Cuántas mesas de cada tipo puede armar para que no le falten ni le sobren patas?

B) Determine dos números cuya suma sea 34 y cuya diferencia sea 10.

C) Martín invierte sus ahorros en dos cuentas, una le da el 5% y la otra el 8% de interés simple al año. Su interés anual es de $1180. ¿Cuánto invirtió a cada cuenta si sus ahorros eran $20.000?

D) Si la cantidad de alambre necesaria para cercar un campo rectangular es de 3000m. ¿Cuáles son las dimensiones del campo si se sabe que la diferencia entre el ancho y el largo es de 50 metros?

E) En una bicicletería hay entre bicicletas y triciclos 23 vehículos. La cantidad de ruedas es 49. ¿cuántas bicicletas y cuántos triciclos hay?

F) Un lado de un triángulo isósceles mide 3cm menos que la suma de los dos lados iguales. El perímetro es de 33cm. ¿Cuáles son las medidas de los lados del triángulo?

G) Si aumenta en dos centímetros el largo y el ancho de un rectángulo, el perímetro resulta ser de 24cm. Si el largo se disminuye en dos centímetros el rectángulo se transforma en un cuadrado. ¿Cuál es el área de dicho rectángulo?

H) ¿Cuánto miden los lados de un aula rectangular cuyo perímetro es de 21m y si superficie es de $26m^2$?

I) En un rombo de 8cm de perímetro, una de las diagonales mide el doble de la otra. ¿cuál es el área del rombo?

Revisión de conceptos

Muchas veces cuando usamos ecuaciones para resolver problemas en las distintas áreas de estudio obtenemos sistemas como los vistos anteriormente. Se ha planteado una guía para trabajar con sistemas de ecuaciones lineales, que a continuación se resume.

Procedimiento

1. ***Identificar las incógnitas.*** Identifique las cantidades que el problema pide encontrar. Generalmente, éstas se encuentran realizando una lectura cuidadosa de la pregunta planteada al final del problema. Introduzca notación acorde para las incógnitas (llámelas x, y o mediante otras letras).
2. ***Expresar todas las cantidades desconocidas en términos de las incógnitas.*** Lea otra vez el problema y exprese todas las cantidades mencionadas en el problema en términos de las incógnitas que haya definido en el paso 1.
3. ***Establecer un sistema de ecuaciones.*** Encuentre los datos importantes del problema que den las relaciones entre las expresiones que haya encontrado en el paso 2. Establezca un sistema de ecuaciones (o un modelo) que exprese estas relaciones.
4. ***Resolver el sistema e interpretar los resultados.*** Resuelva el sistema que haya encontrado en el paso 3, verifique sus soluciones y dé su respuesta final como una frase que conteste la pregunta planteada en el problema.

Vamos a resolver, a modo de ejemplo, los problemas A); D) y F)

A) A un empleado de una carpintería se le olvidó anotar cuántas mesas de 3 patas y cuántas de 4 patas tenía que preparar para un pedido.
Si le trajeron 27 tableros y 93 patas. ¿Cuántas mesas de cada tipo puede armar para que no le falten ni le sobren patas?

Trabajo Práctico Nº3

1. ***Identificar las incógnitas***. Nos pide averiguar cuántas mesas de 3 patas y cuántas de 4 patas se pueden armar. Allí identificamos nuestras incógnitas.

   x: *patas para un tipo de mesa*
   y: *patas para otro tipo de mesa*

2. ***Expresar todas las cantidades desconocidas en términos de las incógnitas***

   Mesa de 3 *patas*: $3.x$
   Mesa de 4 *patas*: $3.y$
   Cantidad de tableros para mesas: 27
   Número de patas: 93

3. ***Establecer un sistema de ecuaciones.***
   En base a los datos aportados por el problema, podemos establecer las relaciones que llevarán a las ecuaciones finales del sistema.
   El total de tableros para hacer las mesas es de 27, eso incluye las mesas de 3 patas y 4 patas. Entonces la ecuación se plantea:
   $$x + y = 27$$
   El número de patas es 93, aquí también están incluidas las mesas de 3 y 4 patas. Pero a diferencia de la ecuación anterior, debemos discriminar, que sólo estamos hablando de patas, por lo tanto, utilizamos la relación que sólo especifica esto.
   $$3x + 4y = 93$$
   De esta manera, queda determinado nuestro sistema de ecuaciones lineales.

   $$\begin{cases} x + y = 27 & Ec.\ I \\ 3x + 4y = 93 & Ec.\,II \end{cases}$$

4. ***Resolver el sistema e interpretar los resultados.*** Para resolver el sistema, podemos utilizar cualquiera de los métodos analíticos explicados anteriormente.

Vamos a utilizar el Método de Sustitución:

$3x + 4y = 93$ Ecuación II

$3x + 4.(-x + 27) = 93$	Sustituimos la expresión encontrada en el paso anterior.
$3x - 4x + 108 = 93$	Resolvemos paréntesis.
$3x - 4x = 93 - 108$	Agrupamos términos semejantes.
$-x = -15$	Resolvemos.
$-x.(-1) = 15.(-1)$	Multiplicamos por (-1) a cada miembro.
$x = 15$	Encontramos valor de la variable x.

De la Ec. (I) despejamos la incógnita y

$$y = -x + 2$$

Una vez hallada la variable x, hacemos el reemplazo en la ecuación despejada en el

paso 1, para encontrar el valor de la variable y.

$y = -x + 27$	Ecuación hallada en paso 1.
$y = -(15) + 27$	Sustituimos por x=15(Hallado en el paso (2).
$y = 12$	Encontramos valor de la variable y.

La solución hallada es $\boldsymbol{S = \{(15; 12)\}}$. Debemos verificar para dar la respuesta final.
En la primera ecuación del sistema, que hace referencia al número de mesas totales:

$$x + y = 27$$

$$15 + 12 = 27 \checkmark$$

En la segunda ecuación del sistema, que hace referencia al número de patas:

$$3x + 4y = 93$$

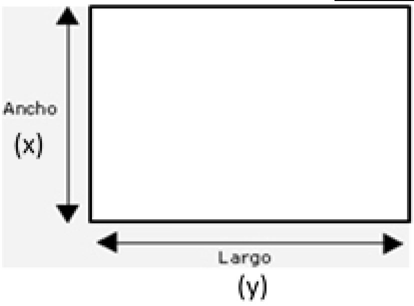
$$3(15) + 4(12) = 93$$

$$45 + 48 = 93 \checkmark$$

Una vez verificadas, podemos dar la

Respuesta: *"Puede armar 15 mesas de 3 patas y 12 mesas de 4 patas, para que no le falten ni sobren patas"*

D) Si la cantidad de alambre necesaria para cercar un campo rectangular es de 3000m. ¿Cuáles son las dimensiones del campo si se sabe que la diferencia entre el ancho y el largo es de 50 metros?



Establecemos que el campo, de forma rectangular, tiene las siguientes dimensiones. Por lo tanto, llamamos:

$$longitud\ del\ largo: y$$
$$longitud\ del\ ancho: x$$

Menciona que la cantidad de alambre para cercar el campo es de 3000 m, lo que implica que este es su perímetro. El perímetro está dado por:

$$Perímetro = 2 \times\ long.del\ ancho + 2 \times\ long.del\ largo$$

$$3000\ m = 2.x + 2.y$$

Finalmente, hacer referencia que la relación entre el ancho y el largo es de 50 m. Esto en términos de ecuación se traduce:

$$long\ del\ ancho - long\ del\ largo = 50m$$
$$x - y = 50m$$

De esta manera, ya tenemos nuestro sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 3000 \qquad Ec.(I) \\ \quad x - y = 50 \qquad (Ec.II) \end{cases}$$

Vamos a utilizar el Método de Eliminación:

Aplicamos en la ecuación (II) una multiplicación por un factor (2) a cada término de la misma. Luego restamos las ecuaciones, para simplificar y dejar en términos de una variable.

$$\begin{cases} \qquad 2x + 2y = 3000 \qquad Ec.(I) \\ (2)x - (2)y = (2).50 \qquad Ec.(II) \end{cases}$$ Multiplicamos por (2) ambos miembros de la Ec. II

$$4y \qquad = 2900$$ Restamos las ecuaciones.

$$4y.\left(\frac{1}{4}\right) = 2900.\left(\frac{1}{4}\right)$$ Multiplicamos por $\left(\frac{1}{4}\right)$ ambos miembros.

$$y = 725$$ Obtenemos la variable y.

Sustituimos $y = 775$ en una de las ecuaciones originales, por ejemplo, en Ec. (II) **y** despejamos x.

Para ecuación II

$x - y = 50$	Ecuación dada.
$x - 725 = 50$	Sustituimos por y=725.
$x - 725 + (725) = 50 + (725)$	Sumamos (725) en cada miembro.
$x = 775$	Resolvemos para obtener la variable y.

La solución hallada es $\boldsymbol{S = \{(775; 725)\}}$. Debemos verificar para dar la respuesta final.

En la primera ecuación del sistema, que hace referencia al perímetro:

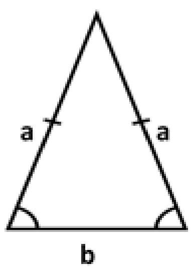
$$2x + 2y = 3000$$
$$2(775) + 2(725) = 3000$$
$$1550 + 1450 = 3000 \checkmark$$

En la segunda ecuación del sistema, que hace referencia a la diferencia entre el largo y el ancho:

$$x - y = 50$$
$$775 - 725 = 50 \checkmark$$

Una vez verificadas, podemos dar la respuesta: *"Las dimensiones del campo son: el largo 725 m y el ancho 775 m"*

F) Un lado de un triángulo isósceles mide 3cm menos que la suma de los dos lados iguales. El perímetro es de 33cm. ¿Cuáles son las medidas de los lados del triángulo?



En primer lugar, hay que reconocer que un triángulo isósceles, es aquel triángulo que posee dos lados iguales y uno desigual.

A continuación, le damos nombre a las variables:

a: $long\ de\ los\ lados\ iguales$

b: $longitud\ del\ lado\ desigual$

La primera relación dice que el lado distinto mide 3 cm menos que la suma de los lados iguales. Esto se traduce:

$$b = (a + a) - 3$$

$$b = 2a - 3$$
$$2a - b = 3$$

La otra ecuación está dada por la relación de perímetro del triángulo isósceles.

$$Perímetro = a + \ a + b$$
$$33\ cm = 2a + b$$

De esta manera, ya tenemos nuestro sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2a - b = 3 \ \ Ec.(I) \\ 2a + b = 33 \ \ Ec.(II) \end{cases}$$

Vamos a utilizar el Método de Igualación

Para ecuación I	Para Ecuación II
$2a - b = 3$	$2a + b = 33$
$b = 2a - 3$	$b = -2a + 33$

$y_1 \ \ = \ \ y_2$	Igualamos ambas ecuaciones.
$2a - 3 = -2a + 33$	
$2a + 2a \ = 33 + 3$	Reordenamos y agrupamos términos semejantes.
$4a = 36$	Resolvemos.
$4a.\left(\frac{1}{4}\right) = 36.\left(\frac{1}{4}\right)$	Multiplicamos por $\left(\frac{1}{4}\right)$ ambos miembros.
$a = 9$	Obtenemos el valor de la variable a.

En el siguiente paso, debemos despejar la incógnita restante, sustituimos en cualquiera de las expresiones encontradas en el paso 1, la expresión que encontró en el paso 2.

Para ecuación I

$b = 2a - 3$	Expresión hallada en el despeje.
$b = 2.(9) - 3$	Sustituimos el valor de a=9, encontrado en el paso 2.
$b = 15$	Obtenemos el valor de la variable b.

La solución hallada es $\boldsymbol{S = \{(9; 15)\}}$. Debemos verificar para dar la respuesta final. En la primera ecuación del sistema, que hace referencia a la diferencia entre la suma de los lados iguales y el lado desigual:

$$2a - b = 3$$
$$2(9) - 15 = 3$$
$$18 - 15 = 3$$

En la segunda ecuación del sistema, que hace referencia al perímetro del triángulo isósceles:

$$2a + b = 33$$
$$2.(9) + 15 = 33$$
$$18 + 15 = 33$$

Una vez verificadas, podemos dar la respuesta: *"Las medidas de los lados iguales del triángulo son 9 cm y el lado desigual mide 15 cm"*

Ejercicio 14. Para que la solución del sistema:

a. $\begin{cases} 3x - ky = 5 \\ -2kx - 3y = 4 \end{cases}$ $sea\ S = \{(1,-2)\}, el\ valor\ de\ k\ debe\ ser$___________

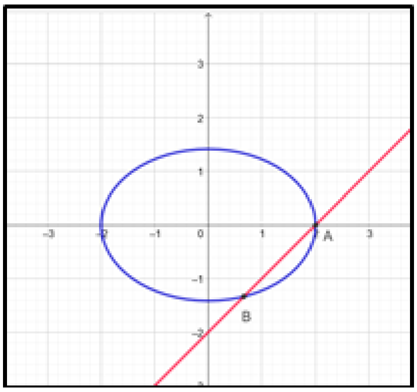
b. $\begin{cases} (5+a)x - y = b \\ (4-b)x - ay = -4 \end{cases}$ $sea\ S = \{(2,3)\}, debe\ cumplirse\ que\ a =$ ___ $y\ b =$ ___

- Se deja para el alumno resolver

Ejercicio 15. En la siguiente imagen se ha graficado la recta $y = x - 2$ y la elipse de ecuación $1 = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2}$.

a. A partir de la gráfica, ¿cuáles con las abscisas de los puntos de intersección entre ambas curvas?

b. Determine analíticamente las ordenadas y las abscisas de los puntos A y B.



Para resolver este ejercicio y los que continúan, 16 y 17; debemos tener en cuenta los conceptos analizados para Sistemas de Ecuaciones. En primer lugar, hay que determinar cuál es el sistema de ecuaciones a partir de los datos proporcionados. Proceder a resolverlo empleando métodos analíticos.

Sugerencia: usar Método de Sustitución.

a) A partir de la observación gráfica, debemos aproximar "a ojo", los valores de abscisas (valores de x) de los puntos de intersección, A y B.

$$A = \{(\dots;\dots)\}$$
$$B = \{(\dots;\dots)\}$$

b) Analíticamente debemos establecer el sistema de ecuaciones y proceder a resolverlo.

$$\begin{cases} x - y = 2 & Ec.(I) \\ \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{2} = 1 & Ec.(II) \end{cases}$$

Aplicamos Método de Sustitución, para esto despejamos de la Ecuación (I) la variable y, luego sustituimos ésta en la Ecuación (II).

$$De\ la\ Ec.(I) \rightarrow y = x - 2$$

$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$	Ecuación (II) dada.
$\frac{x^2}{4} + \frac{(x-2)^2}{2} = 1$	Reemplazamos la variable y.
$\frac{x^2}{4} + \frac{(x^2 - 4x + 4)}{2} = 1$	Desarrollamos Cuadrado de binomio.
$\frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{2} - 2x + 2 = 1$	Resolvemos.
$\frac{3x^2}{4} - 2x + 2 + (-1) = 1 + (-1)$	Agrupamos términos semejantes. Sumamos (-1) en ambos miembros.
$\frac{3x^2}{4} - 2x + 1 = 0$	Resolvemos la ecuación cuadrática por Baskara.
$x_1 = 2 \quad \wedge \quad x_2 = \frac{2}{3}$	Valores de abscisas obtenidos.

Al quedarnos planteada una ecuación cuadrática, obtenemos dos valores de ceros o raíces, que serán los valores de abscisas de los puntos A y B. Finalmente, reemplazamos estos valores de x, en la ecuación (I) y obtenemos los valores de y.

$$En\ la\ Ec.(I) \rightarrow y = x - 2$$

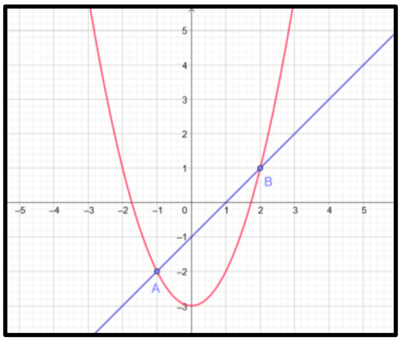
$$\boldsymbol{Para\ x_1 = 2}$$
$$y = (2) - 2$$
$$y = 0$$

$$\boldsymbol{Para\ x_2 = \frac{2}{3}}$$
$$y = \left(\frac{2}{3}\right) - 2$$
$$y = -\frac{4}{3}$$

De esta forma, los valores de ordenadas y abscisas de los puntos son:

$$\boldsymbol{A = \left\{\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right)\right\}}$$
$$\boldsymbol{B = \{(2; 0)\}}$$

Ejercicio 16. Determine analítica y gráficamente los puntos de intersecciones entre la gráfica de $y = x^2 - 3$ y la recta $-x + y = -1$.



Ejercicio 17. Dada la ecuación de la circunferencia $x^2 + y^2 = 9$, y una recta $y = x + 4$, determine analíticamente si la recta es secante, tangente o exterior a la circunferencia.

Trabajo Práctico Nº3

Ejercicios adicionales propuestos

➢ Los siguientes ejercicios se resuelven siguiendo los ejemplos anteriores.

1. Resuelva cada una de las siguientes ecuaciones.

   a. $x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}x - 5 = 0$
   b. $2m - \frac{m}{2} + \frac{m+1}{4} = 6m$
   c. $(t-4)^2 = (t+4)^2 + 32$
   d. $\frac{4}{x-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{35}{x^2-1}$
   e. $6x(x-1) = 21 - x$
   f. $3y^2 + 5y = 2$
   g. $-p(p+3) = \frac{7}{4}$
   h. $m^2 = \frac{3}{4}m - \frac{1}{8}$
   i. $\frac{x+5}{x-2} = \frac{5}{x+2} = \frac{28}{x^2-4}$
   j. $2x + \sqrt{x+1} = 8$
   k. $x^4 - 13x^2 + 40 = 0$
   l. $v^{4/3} - 5v^{2/3} + 6 = 0$

2. Despeje la incógnita encerrada entre llaves en cada una de las siguientes igualdades.

   a. $\{x\}\ \frac{ax+b}{cx+d} = 2$
   b. $\{a\}\ \frac{a+1}{b} = \frac{a-1}{b} + \frac{b+1}{a}$
   c. $\{r\}\ F = G\frac{mM}{r^2}$
   d. $\{i\}\ A = P\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2$
   e. $\{t\}\ h = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$

Trabajo Práctico Nº3

3. Resuelva cada una de las siguientes desigualdades. Exprese la solución, usando notación de intervalos y grafique el conjunto solución.

   a. $-1 < r + 5 < 4$

   b. $2(7x - 3) \leq 12x + 16$

   c. $-3(y - 5) > 2(3y + 2)$

   d. $-\frac{4}{3}(m + 3) < -2\left(\frac{3}{4}m - 2\right)$

   e. $3x^2 - 3x < 2x^2 + 4$

   f. $x^3 - 4x > 0$

   g. $\frac{2m+1}{m-5} \leq 3$

   h. $\frac{6}{x-1} - \frac{6}{x} \geq 1$

   i. $\frac{x+2}{x+3} < \frac{x-1}{x-2}$

   j. $\left|\frac{r+1}{2}\right| \geq 4$

   k. $3 - |2x + 4| \leq 1$

   l. $|2x - 3| \leq 0,4$