

Trabajo práctico 3

1. Define los siguientes conjuntos por extensión:

- $A = \{x \in \mathbb{N}: 2 \leq x \leq 7\}$
- $B = \{x \in \mathbb{N}: -3 \leq x < 5\}$
- $C = \{x \in \mathbb{Z}: -3 \leq x < 5\}$
- $D = \{x \in \mathbb{R}: 6x^2 + x - 2 = 0\}$
- $E = \{x \in \mathbb{Z}: x > -4 \wedge x < 7\}$
- $F = \{x \in \mathbb{Z}: x < -4 \wedge x > 7\}$

2. Define los siguientes conjuntos por comprensión:

- $A = \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots\}$
- $B = \{\dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$
- $C = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$
- $D = \{\dots, -5, -3, -1\}$
- $E = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- $F = \{4, 5, 6, \dots, 89, 90, 91\}$

3. En relación a los conjuntos definidos en el ejercicio anterior, determine cuáles de las siguientes relaciones de inclusión son verdaderas y cuáles falsas:

- | | | |
|--------------------|--------------------|-----------------------------|
| a. $A \subseteq B$ | b. $C \subseteq B$ | c. $D \subseteq B$ |
| d. $A \subseteq E$ | e. $F \subseteq E$ | f. $A \subseteq \mathbb{N}$ |
| g. $B \subseteq B$ | h. $E \subseteq F$ | i. $A \subseteq \mathbb{Z}$ |
| j. $B \subseteq C$ | k. $F \subseteq C$ | l. $\mathbb{N} \subseteq E$ |

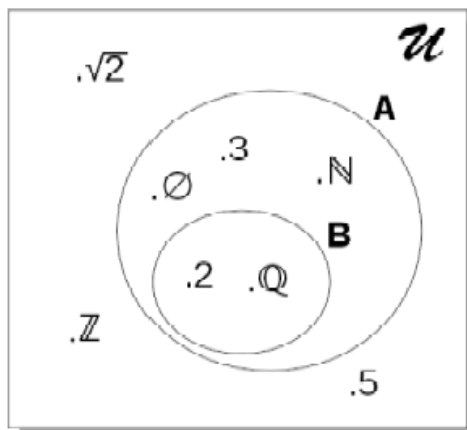
4. Define la cardinalidad de los siguientes conjuntos:

- $A = \{x \in \mathbb{R}: x^2 + 2x + 1 = 0\}$
- $B = \{x \in \mathbb{R}: x^2 - 3x + 2 = 0\}$
- $C = \{x \in \mathbb{R}: x^2 + 5x + 7 = 0\}$
- $D = \{x \in \mathbb{Z}: 23 \leq x < 80\}$
- $E = \{x \in \mathbb{R}: 23 \leq x < 80\}$

5. Sea P un pentágono regular y Q un cubo:

- Representa gráficamente a P y Q y nombra sus vértices.
- Define por extensión los conjuntos $V = \{x: x \text{ es vértice de } Q\}$ y $D = \{x: x \text{ es diagonal de } P\}$
- Determina la cardinalidad de V y D .

6. Considera el siguiente diagrama de Venn, para los conjuntos A y B del universo $\mathcal{U}$:



Completa con $\in$ ó $\notin$:

- d. $\emptyset \dots A$
- f. $\emptyset \dots B$
- h. $\emptyset \dots \mathcal{U}$
- j. $3 \dots B$
- l. $2 \dots B$
- n. $3 \dots A$
- p. $2 \dots A$
- r. $5 \dots B$
- t. $5 \dots A$
- v. $5 \dots \mathcal{N}$

Completa con $\subseteq$ ó $\not\subseteq$:

- e. $\{2\} \dots B$
- g. $2 \dots B$
- i. $\emptyset \dots A$
- k. $\emptyset \dots B$
- m. $\mathbb{Z} \dots \mathcal{U}$
- o. $\{2,3,5\} \dots A$
- q. $\{2,3,5\} \dots B$
- s. $\{2,3,5\} \dots \mathcal{U}$
- u. $\{\mathbb{Q}, \mathbb{N}\} \dots A$
- w. $\{\mathbb{Q}, \mathbb{N}, \mathbb{Z}\} \dots A$

7. Sea $B=\{1,2,3\}$ y sea $A=\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, B\}, B, 1, 2\}$. Determina cuáles de las siguientes relaciones son verdaderas y cuáles falsas:

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------------|
| a. $\emptyset \in A$ | b. $\{B\} \in A$ |
| c. $\emptyset \in B$ | d. $\{B\} \in B$ |
| e. $\emptyset \subseteq A$ | f. $\{B\} \subseteq A$ |
| g. $\emptyset \subseteq B$ | h. $\{B\} \subseteq B$ |
| i. $B \in A$ | j. $\{\emptyset, 1, B\} \in A$ |
| k. $B \subseteq A$ | l. $\{\emptyset, 1, B\} \subseteq A$ |
| m. $\{\emptyset\} \in A$ | n. $\{\{\emptyset\}\} \in A$ |
| o. $\{\emptyset\} \subseteq A$ | p. $\{\{\emptyset\}\} \subseteq A$ |
| q. $\{\emptyset\} \in B$ | r. $\{2,3\} \in B$ |
| s. $\{\emptyset\} \subseteq B$ | t. $\{2,3\} \subseteq B$ |

8. Sean A , B y C conjuntos tales que $A \subseteq B$ y $B \subseteq C$. Demostrar que $A \subseteq C$.

Ejercicios adicionales propuestos

- Definir por extensión cada uno de los siguientes conjuntos, en caso que sea posible.
 - $A = \{x \in \mathbb{Z}: -3 < x < 4\}$
 - $B = \{x | x \text{ es entero positivo y múltiplo de } 3\}$
 - $C = \{x: (3x - 1)(x + 2) = 0\}$
 - $D = \{x \in \mathbb{Z}: (3x - 1)(x + 2) = 0\}$
- Enumerar cinco elementos de cada uno de los siguientes conjuntos.
 - $A = \{n \in \mathbb{N}: n \text{ es divisible por } 5\}$
 - $B = \{1/n | n \text{ es primo}\}$
 - $C = \{x: x \text{ es racional y } 0 < x < 1\}$
- Describir por extensión cada uno de los siguientes conjuntos o escribe $\emptyset$ si son vacíos:
 - $A = \{x \in \mathbb{N}: x^2 = 9\}$
 - $B = \{x \in \mathbb{Z}: x^2 = 9\}$
 - $C = \{x \in \mathbb{Z}: 3 < |x| < 7\}$
 - $D = \{x \in \mathbb{Z}: 3 < |-x| < 7\}$
 - $E = \{x \in \mathbb{Q}: x^2 = 3\}$
 - $F = \{3x + 1: x \in \mathbb{N} \wedge x \leq 6\}$
- Determinar la cardinalidad de cada uno de los siguientes conjuntos:
 - $A = \left\{x \in \mathbb{Z}: \frac{1}{8} < x < \frac{17}{2}\right\}$
 - $B = \{x \in \mathbb{R}: \sqrt{x} \text{ es entero}\}$
 - $C = \{a, b, c, \{a, b, c\}\}$

d. $D = \{a, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$

5. Describir por comprensión los siguientes conjuntos:

- a. El conjunto de todos los enteros que pueden ser escritos como suma de cuadrados de dos enteros.
- b. El conjunto de todos los enteros menores que 1000 que son cuadrados de un número entero.
- c. El conjunto de todos los números que son múltiplos enteros de 13.
- d. $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

6. Para los siguientes pares de conjuntos A y B definir por extensión A y B y decir si $A \subseteq B$ y $B \subseteq A$ o ninguna de las anteriores:

- a. $A = \{x \in \mathbb{N}: x \text{ es par} \wedge x^2 \leq 149\}$
 $B = \{x \in \mathbb{N}: x + 1 \text{ es impar} \wedge x \leq 10\}$
- b. $A = \{x \in \mathbb{N}: x \text{ es impar y } x^2 \leq 130\}$
 $B = \{x \in \mathbb{N}: x + 1 \text{ es par y } x < 12\}$