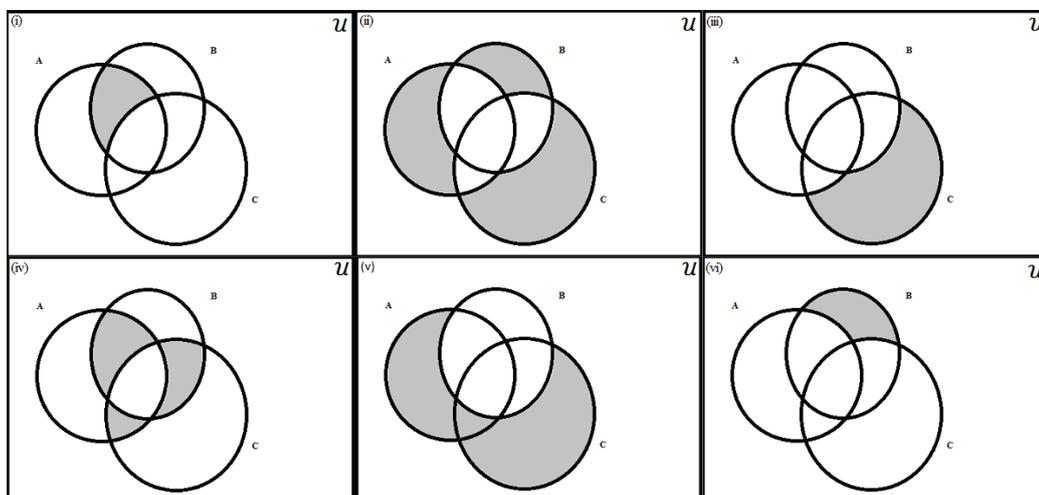


Trabajo Práctico 4

1. Represente a través de diagramas de Venn cada uno de los siguientes conjuntos.

- a. $A \cup B$
- b. $A \cap B$
- c. $(A \cup B) \cap C$
- d. A^c
- e. $B^c \cap C$
- f. $D - E$

2. Dados los conjuntos representados en los siguientes diagramas de Venn,



- a. Identifique los conjuntos sombreados en cada diagrama de Venn.
- b. Identifique los conjuntos sombreados en cada diagrama de Venn utilizando, al menos una vez, complemento.

3. Dados los siguientes conjuntos:

- $\mathcal{U} = \{x \in \mathbb{N}: x \leq 15\}$
- $A = \{x \in \mathcal{U}: x \text{ es múltiplo de } 3\}$
- $B = \{x \in \mathcal{U}: x \text{ es primo}\}$
- $C = \{x \in \mathcal{U}: x \text{ pertenece a la sucesión de Fibonacci}\}$

La sucesión de Fibonacci es 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, ... Es una sucesión infinita de números enteros no negativos, cuyos primeros números son 0 y 1 y los demás elementos de la sucesión, se obtienen sumando siempre los últimos dos números de la sucesión.

- a. Defina cada uno de ellos.
- b. Defina por extensión los siguientes conjuntos:

$\rightarrow A \cup B$

Trabajo Práctico 4

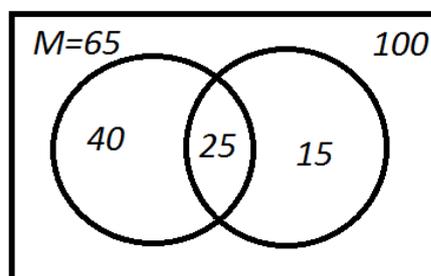
- $A^c \cup B^c$
- $A - C$
- $A \cup (B \cap C)$
- $A^c \cap B$
- $(A \cap C) - B$

4. Sean $A=(-4,8]$; $B=[2,\infty)$; $C=[-10,5]$; $D=(-4,4)$. Exprese por comprensión el conjunto que resulte de las siguientes operaciones y grafique en la recta real. Además, si es posible, indique el conjunto en notación de intervalos.

- $A \cup D$
- $A \cup B$
- $(B \cup A) - C$
- $A - C$
- C^c
- B^c

5. Lea el siguiente problema. Realice un diagrama de Venn para representar la situación y responda.

En una prueba de ingreso a una universidad se presentaron 100 alumnos, de los cuales 65 aprobaron el examen de matemática, 25 el de matemática y física, y 15 aprobaron solo el examen de física.



- a. ¿Cuántos no aprobaron ninguno de los exámenes mencionados?
- b. ¿Cuántos alumnos aprobaron física?
- c. ¿Cuántos alumnos aprobaron sólo matemática?

6. Sean $A=\{1,2,3,4,5\}$ y $B=\{1,3,5,7,9\}$.

- a. Defina por extensión $A \times B$
- b. Defina por extensión $C = \{(x, y) \in A \times B: x = y\}$
- c. Defina por extensión $D = \{(x, y) \in A \times B: y = x^2\}$
- d. Defina por extensión $E = \{(x, y) \in A \times B: x < y \leq x + 3\}$
- e. Defina por extensión $F = \{(x, y) \in A \times B: y = 2x\}$

Trabajo Práctico 4

7. Representen gráficamente los siguientes conjuntos:

- a. $[0, 1] \times (2, 4]$
- b. $[0, 3) \times ([-1, 1] \cup (2, 3))$
- c. $\{0, 4, 7\} \times \{1, 2, 3, 4\}$
- d. $\{1, 2, 3\} \times [0, 4]$
- e. $((1, 3) \cup \{4, 5\}) \times (0, 1]$
- f. $([2, 5) \times (3, 6)) \cap ([3, 7] \times (2, 4])$

8. Siendo que $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 1 = 0\}$ y $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 1\}$, obtenga $A \cap B$ y $(A \cup B)^c$

Trabajo Práctico 4

Ejercicios adicionales propuestos

1. Dados los siguientes conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{R}: x > 2\}$$

$$B = \{y \in \mathbb{R}: y \geq 1\}$$

$$C = \{(m, n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{Z}: m \text{ es par y } n^2 = 1\}$$

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}: 0 \leq x \leq \pi, -1 \leq y \leq 1\}$$

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}: 2 \leq x \leq 5, -3 \leq y \leq 0\}$$

a. Represente gráficamente.

$$\rightarrow A \times B$$

$$\rightarrow C$$

$$\rightarrow D \cup E$$

b. Responda si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

$$\rightarrow (2, 3) \in A \times B$$

$$\rightarrow (3, 2) \in A \times B$$

$$\rightarrow \text{Siendo } x > 20, (x, 100) \in A \times B$$

$$\rightarrow (0, 1) \in C$$

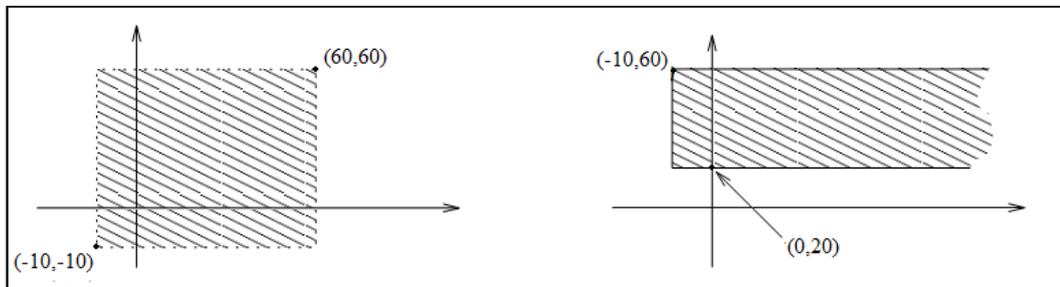
$$\rightarrow (6, -1) \in C$$

$$\rightarrow \{(100, 1), (-1, 1)\} \subset C$$

$$\rightarrow (3, -\frac{1}{2}) \in D \cup E$$

$$\rightarrow \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}: 2 \leq x < \pi, -1 < y < 0\} \subset D \cup E$$

2. Defina por comprensión los siguientes subconjuntos de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.



3. Utilizando las propiedades asociativa, conmutativa y distributiva de la unión y la intersección, las leyes de De Morgan, compruebe las siguientes identidades. Ilustre cada caso con un diagrama de Venn. Recuerde que $A - B = A \cap B^c$.

a. $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = A$

Trabajo Práctico 4

b. $(A^c \cap B)^c = A \cup B^c$

c. $A \cap (B \cup A)^c = \emptyset$

d. $(A - B) - C = (A - C) - (B - C)$

e. $(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = A$

4. Simplifique la expresión de modo que A , B y C aparezcan a lo sumo una vez:

a. $((A^c \cup C^c) \cap B)^c \cup (A \cup (C \cap B)^c \cup C)^c$

b. $(A \cup (B \cup C)^c)^c \cap (A^c \cup (B \cap C)^c)^c$

5. Sean $S = \{0,1,2,3,4\}$ y $T = \{0,2,4\}$

a. Determine la cantidad de pares ordenados que tiene $S \times T$, y los que tiene $T \times S$.

b. Escriba por extensión los siguientes conjuntos:

→ $A = \{(m, n) \in S \times T: m < n\}$

→ $B = \{(m, n) \in T \times S: m < n\}$

→ $C = \{(m, n) \in S \times T: m + n \geq 3\}$

→ $D = \{(m, n) \in S \times T: m \cdot n \geq 4\}$

→ $E = \{(m, n) \in S \times T: m + n = 10\}$

6. Realice un diagrama de Venn para representar el siguiente problema y responda.

De un total de 60 alumnos de un colegio: 15 estudian francés solamente, 11 estudian francés e inglés, 12 estudian alemán solamente, 8 estudian francés y alemán, 10 estudian inglés solamente, 5 estudian inglés y alemán y 3 estudian los tres idiomas.

a. ¿Cuántos no estudian ningún idioma?

b. ¿Cuántos alumnos estudian alemán?

c. ¿Cuántos estudian alemán e inglés solamente?

d. ¿Cuántos estudian francés?

7. A partir de los siguientes conjuntos:

$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: 2x - y = 4\}$

$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x + 3y = 9\}$

$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: y = 2x\}$

Describe y grafique $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$ y $A^c \cup C^c$