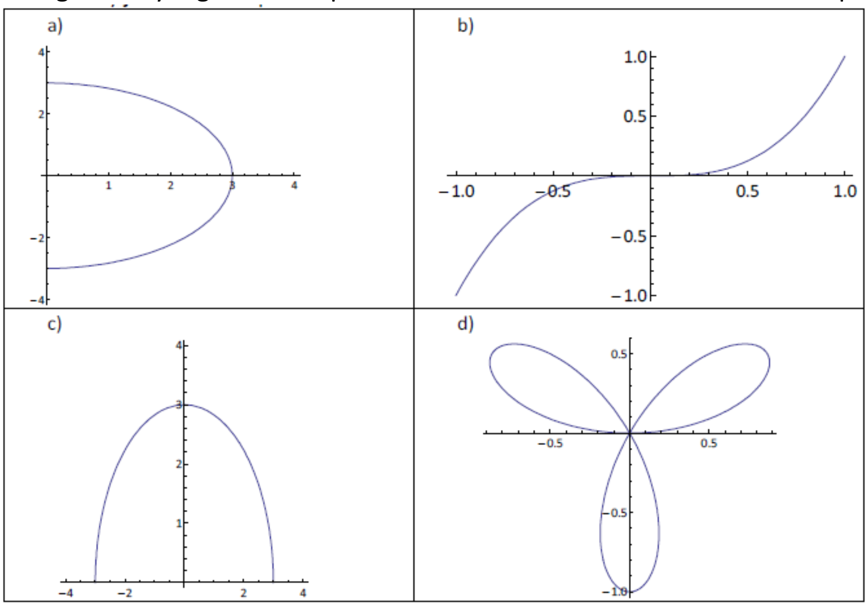
Universidad Nacional de Cuyo – Facultad de ciencias exactas y naturales

Introducción a la matemática 2016

Trabajo práctico 5

1. Dadas las siguientes expresiones funcionales en forma verbal, escribir la expresión analítica correspondiente:
   a. Un número real, elevado al cubo, disminuido en 8.
   b. Un número real, elevado al cuadrado multiplicado por 5.
   c. La raíz cuadrada de un número elevado al cubo.

2. Evalúe las siguientes gráficas y diga si corresponden a funciones o a ecuaciones. Justifique su respuesta



3. Evalúe la función en los valores indicados:

   a. $f(x) = 2x + 1$

$$f(1);\ f(-2);\ f\left(\frac{1}{2}\right); f(a); f(-a); f(a+b)$$

   b. $f(x) = x^2 + 2x$

$$f(0);\ f(3);\ f(-3); f(a); f(-x); f(\frac{1}{a})$$

   c. $g(x) = \frac{1-x}{1+x}$

$$g(2);\ g(-2);\ g\left(\frac{1}{2}\right); g(a); g(a-1); g(-1)$$

   d. $f(x) = \begin{cases} x^2 & si\ x < 0 \\ x+1 & si\ x \geq 0 \end{cases}$

$$f(-2);\ f(-1); f(0); f(1); f(2)$$

   e. $f(x) = \begin{cases} 5 & si\ x \leq 2 \\ 2x-3 & si\ x > 2 \end{cases}$

$$f(-3);\ f(0); f(2); f(3); f(5)$$

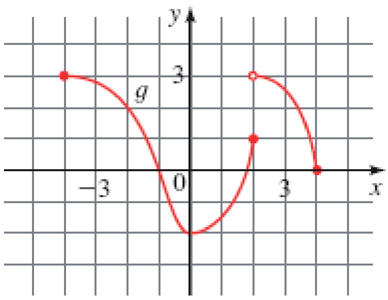
   f. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & si\ x \leq -1 \\ x & si -1 < x \leq 1 \\ -1 & si\ x > 1 \end{cases}$

$$f(-4);\ f\left(-\frac{3}{2}\right); f(-1); f(0); f(25)$$

4. Halle $f(a)$, $f(a+h)$ y el cociente de diferencias $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$, donde $h \neq 0$
   a. $f(x) = 3x + 2$
   b. $f(x) = x^2 + 1$
   c. $f(x) = 5$
   d. $f(x) = \frac{1}{x+1}$
   e. $f(x) = \frac{x}{x+1}$
   f. $f(x) = \frac{2x}{x-1}$

5. Dadas las siguientes funciones, indicar para cada una de ellas: dominio, imagen, ceros, ordenada al origen, paridad, signos, y representar gráficamente. Considere la herramienta online provista por *Wolfram Alpha* (visite el sitio *http://www.wolframalpha.com/*). Considere particularmente el comando para construir gráficos de funciones que provee la herramienta denominado *plot* cuyo argumento o parámetro de entrada es la función que se desea graficar.
   a. $f(x) = \frac{x+2}{x^2-1}$
   b. $f(x) = \sqrt{x-5}$
   c. $f(t) = \sqrt[3]{t-1}$
   d. $h(x) = \sqrt{2x-5}$
   e. $g(x) = \frac{\sqrt{2+x}}{3-x}$
   f. $f(x) = \frac{x^4}{x^2+x-6}$
   g. $f(x) = \sqrt[4]{x+9}$
   h. $g(x) = \sqrt{7-3x}$
   i. $G(x) = \sqrt{x^2-9}$
   j. $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{2x^2+x-1}$

6. Se da la gráfica de una función $g(x)$
   a. Determine: $g(-4),\ g(-2),\ g(0),\ g(2)\ y\ g(4)$
   b. Halle el dominio y el rango de g



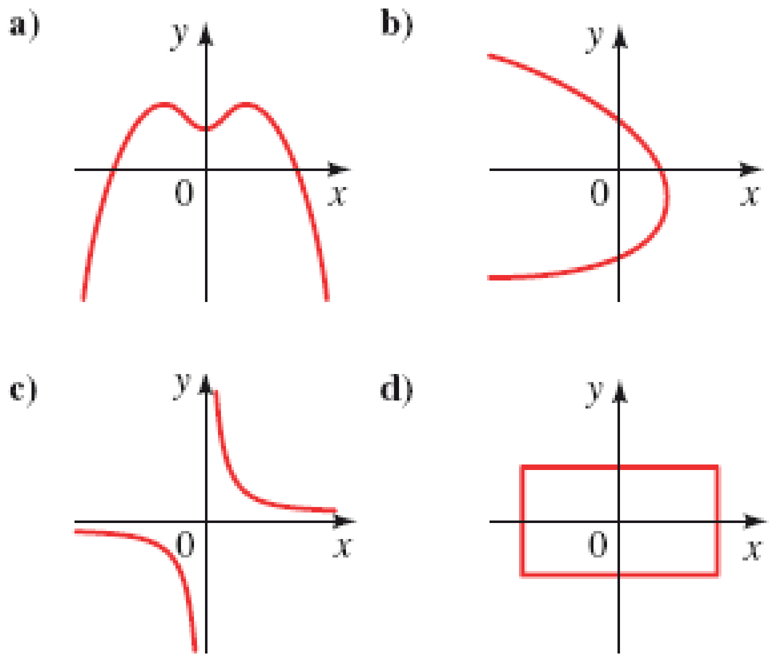
7. Bosqueje la gráfica de la función definida por partes:
   a. $f(x) = \begin{cases} 0 & si\ x < 2 \\ 1 & si\ x \geq 2 \end{cases}$

b. $f(x) = \begin{cases} 1 - x & si\ x < -2 \\ 5 & si\ x \geq -2 \end{cases}$

c. $f(x) = \begin{cases} x & si\ x \leq 0 \\ x + 1 & si\ x > 0 \end{cases}$

d. $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & si\ x < -1 \\ 3 - x & si\ x \geq -1 \end{cases}$

8. Determine y justifique si la curva es una función de *x.* Si es función, determine dominio, imagen, ceros, ordenada al origen, indeterminaciones, signo de la función y paridad.



9. Dada una función, determine la tasa de cambio promedio de la función entre los valores dados de la variable:
   a. $f(x) = x + x^4\ ; x_1 = 1, x_2 = 3$
   b. $f(x) = 3x^2\ ; x_1 = 2, x_2 = 2 + h$
   c. $f(x) = 4 - x^2\ ; x_1 = 1, x_2 = 1 + h$
   d. $g(x) = \frac{1}{x}\ ; x_1 = 1, x_2 = a$
   e. $g(x) = \frac{2}{x+1}\ ; x_1 = 0, x_2 = h + 1$

10. Un objeto es lanzado hacia arriba. La altura en función del tiempo viene dada por la siguiente expresión:

$$y(t) = -4.9t^2 + 20t + 4$$

   a. Calcular en que instante el objeto cae al suelo.
   b. Determinar la posición inicial del objeto.
   c. Determinar el dominio natural y contextual de la función altura y(t).

Ejercicios adicionales propuestos

1. Dados las siguientes funciones, Indicar los correspondientes conjuntos dominio, calcular ceros y ordenada al origen, analizar su paridad, expresar los signos de las mismas, representar gráficamente (si es necesario utilizar la herramienta *plot* de *wolframalpha*)

   a. $f(x) = -2x + 3$
   b. $f(x) = x^2 + 3x$
   c. $f(s) = -2s^2 + 2s + 4$
   d. $h(x) = 4x^2 + 4$
   e. $g(x) = \sqrt{x} - 1$
   f. $f(x) = \sqrt{1 - x}$
   g. $f(x) = \frac{1}{x-2}$
   h. $g(x) = \frac{x+2}{x-4}$
   i. $y = \frac{1}{x^2-4}$

2. Un medicamento se toma oralmente, y su concentración, en mg/litro, en el torrente sanguíneo del enfermo después de "t" minutos está dada por:

$$C(t) = -0.0002t^2 + 0.06t \;\; para\; 0 \leq t \leq 200$$

   a. Representar gráficamente en su dominio contextual.
   b. Cuánto tiempo es necesario para que desaparezca del torrente sanguíneo el medicamento?

3. Debido a la curvatura de la Tierra, la distancia máxima *D* que una persona puede ver desde la parte alta de un edificio alto o desde un avión a la altura *h* está dada por la función:

$$D(h) = \sqrt{2rh + h^2}$$

   Donde *r*= 3960 millas es el radio de la tierra y *D* y *h* se miden en millas
   a. Determine *D*(0.1) y *D*(0.2).
   b. ¿Qué tan lejos puede ver desde la terraza de la torre CN de Toronto, situada a 1135 pies desde el nivel del suelo?
   c. La aviación comercial vuela a una altitud de cerca de 7 millas. ¿Qué tan lejos puede ver el piloto?

4. Un depósito contiene 200 litros de agua, que escurren desde un orificio en el fondo, lo cual causa que el tanque se vacíe en 20 minutos. El depósito se vacía más rápido cuando está casi lleno porque la presión del orificio es mayor. La ley de Torricelli da el volumen de agua que permanece en el depósito después de t minutos como:

$$V(t) = 200\left(1 - \frac{t}{20}\right)^2 \; para\; 0 \leq t \leq 20$$

   a. Determine *V*(0) y *V*(20).
   b. Grafique la función en su dominio contextual.
   c. Identifique dominio, imagen, ceros, ordenada al origen, signo de la función y analice la paridad.