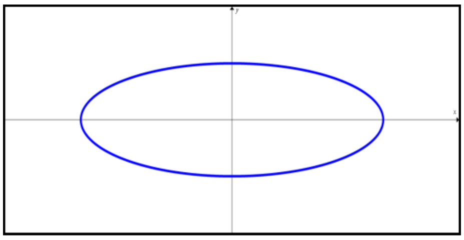
## Trabajo Práctico 5

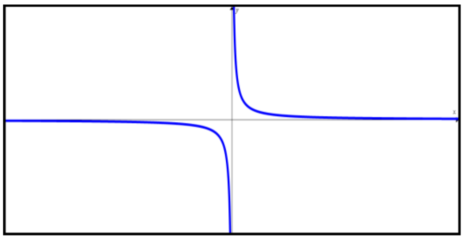
1. Dadas las siguientes expresiones funcionales en forma coloquial, escriba la correspondiente expresión analítica.
   a. Un número real, elevado al cubo, disminuido en 8.
   b. Un número real, elevado al cuadrado multiplicado por 5.
   c. La raíz cuadrada de un número elevado al cubo.

2. Determine si la curva representada en cada caso es la gráfica de una función de *x*. Justifique su respuesta.

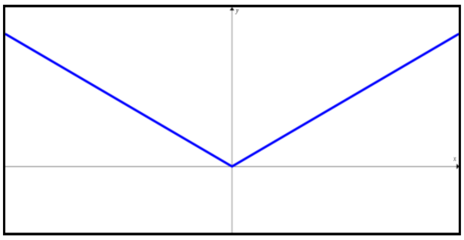
a)



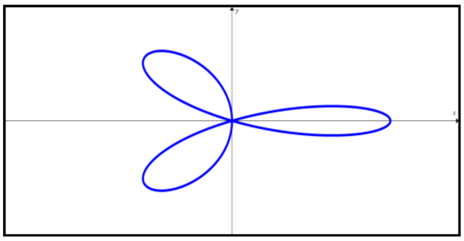
b)



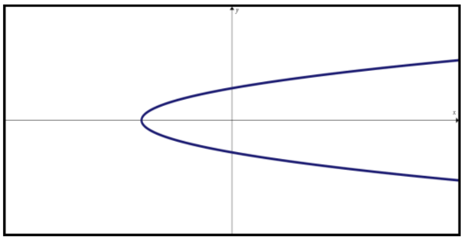
c)



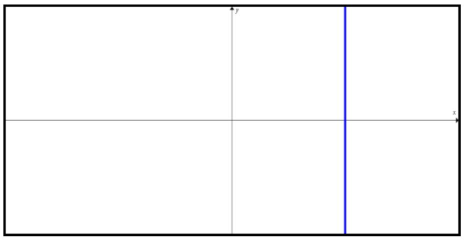
d)



e)



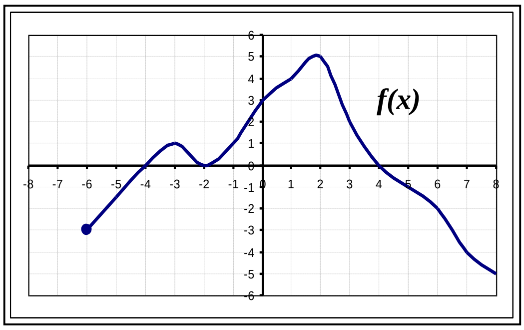
f)

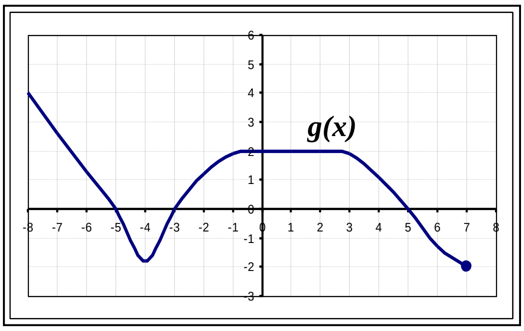


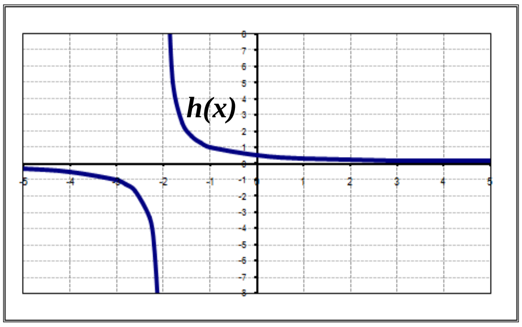
3. Evalúe la función en los valores indicados:
   a. $f(x)=2x+1 \;\; en \;\; x=1;\, x=-2;\, x=\frac{1}{2};\, x=a;\, x=-a;\, x=a+b$
   b. $g(x)=x^2+2x \;\; en \;\; x=0;\, x=3;\, x=-3;\, x=a;\, x=-x;\, x=\frac{1}{a}$
   c. $h(x)=\frac{1-x}{1+x} \;\; en \;\; x=2;\, x=-2;\, x=\frac{1}{2};\, x=a;\, x=a-1;\, x=-1$
   d. $j(x)=\begin{cases} x \; si \; x<0 \\ x+1 \; si \; x\geq 0 \end{cases} \;\; en \;\; x=-2;\, x=-1;\, x=0;\, x=1;\, x=2$
   e. $k(x)=\begin{cases} 5 \; si \; x\leq 2 \\ 2x-3 \; si \; x>2 \end{cases} \;\; en \;\; x=-3;\, x=0;\, x=2;\, x=3;\, x=5$
   f. $l(x)=\begin{cases} x^2+2x \;\; si \; x\leq 1 \\ x \;\; si \; \text{-}1<x\leq 1 \\ \text{-}1 \;\; si \; x>1 \end{cases} \;\; en \;\; x=-4;\, x=-\frac{3}{2};\, x=-1;\, x=0;\, x=25$

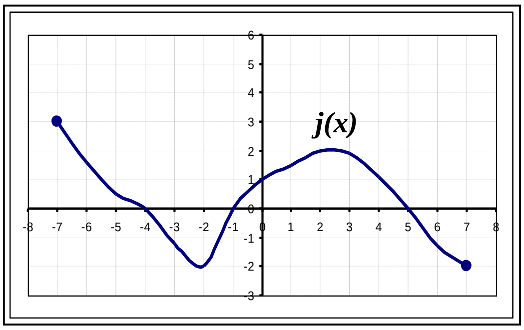
## Trabajo Práctico 5

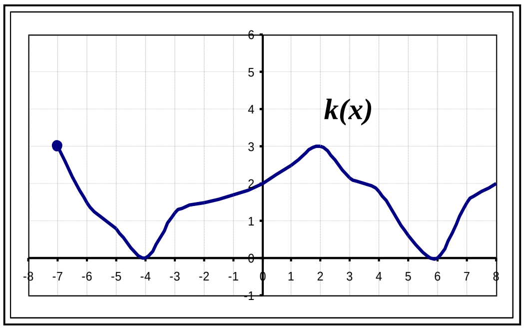
4. Dadas las siguientes funciones representadas gráficamente, identifique para cada una de ellas: dominio, imagen, ceros, ordenada al origen, indeterminaciones, conjuntos de negatividad y positividad, intervalos de crecimiento y decrecimiento.

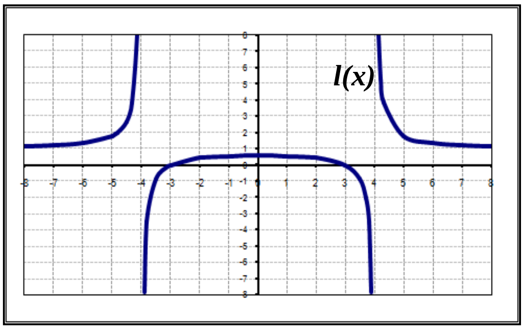


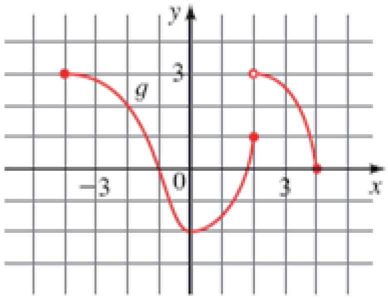




5. Dada la representación gráfica de la función $g(x)$,




a. Determine: $g(-4),\ g(-2),\ g(0),\ g(2)\ y\ g(4)$
b. Determine los valores de $x$ para los cuales se cumple: $g(x) = 3$, $g(x) = 2$, $g(x) = 0\ y\ \ g(x) = -2$
c. Halle el dominio y el rango de $g(x)$
d. Encuentre los ceros y la ordenada al origen.
e. Identifique intervalos de crecimiento y decrecimiento.

## Trabajo Práctico 5

6. Dadas las siguientes funciones expresadas a través de su forma algebraica, identifique para cada una de ellas: dominio, ceros, ordenada al origen, indeterminaciones, conjuntos de negatividad y positividad.

   a) $f(x) = 3x - 5$

   b) $g(x) = x^2 - 2x$

   c) $h(x) = \dfrac{3x}{x-1}$

   d) $j(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x+4}$

   e) $k(x) = \dfrac{3x-2}{x^2 - 4x - 5}$

   f) $l(x) = \sqrt{2x-5}$

   g) $m(x) = \dfrac{\sqrt{3x+2}}{x-1}$

   h) $n(x) = \dfrac{4x+1}{\sqrt{x^2+1}}$

   i) $\tilde{n}(x) = \dfrac{4x^2 - 25}{\sqrt{x^2 - 1}}$

   j) $o(x) = \dfrac{2x^3 + 2x^2 - 8x - 8}{\sqrt{x^2 + 4x + 4}}$

7. Dadas las siguientes funciones lineales,

   $y_1 = -\dfrac{5}{2}x - 2$

   $y_2 = 2x + 3$

   $y_3 = \dfrac{5}{3}x$

   $y_4 = -x + 4$

   $y_5 = -3x + \dfrac{3}{2}$

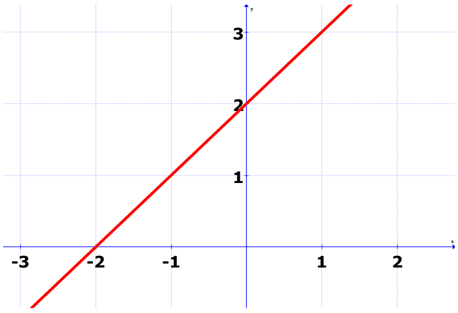
   $y_6 = x - \dfrac{1}{2}$

   a. Represente gráficamente cada una de ellas.
   b. Encuentre de forma analítica el cero y la ordenada al origen de cada función.
   c. Halle la ecuación de una recta paralela y otra perpendicular en cada caso. Represente gráficamente.
   d. Encuentre para cada recta, la paralela que pasa por el punto P de coordenadas $(-1, 5)$ y la perpendicular que pasa por el punto Q de coordenadas $(3, -2)$

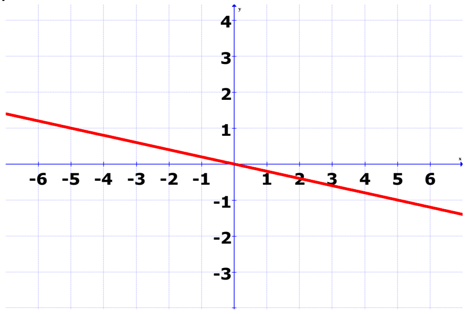
## Trabajo Práctico 5

8. Dadas las siguientes funciones lineales, representadas gráficamente,

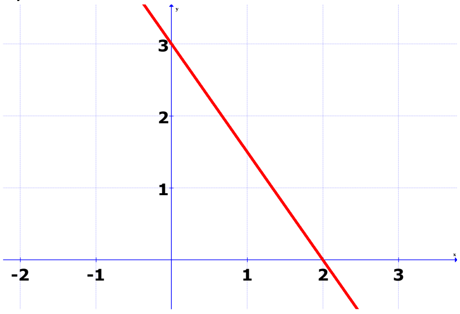
a)



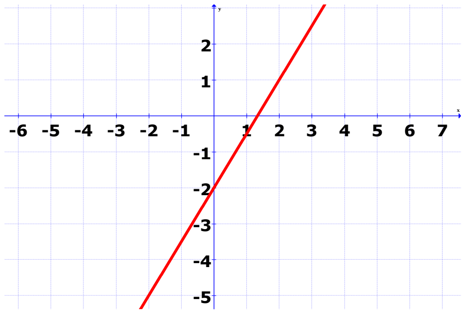

b)




c)




d)




a. Halle la expresión algebraica explícita de cada una de ellas.
b. Encuentre de forma analítica el cero y la ordenada al origen de cada función. Verifique gráficamente.
c. Halle, para cada una de ellas, la ecuación de la recta paralela que pase por el punto P de coordenadas $(2,2)$ y la recta perpendicular que pase por el punto Q de coordenadas $(-3,-1)$ Represente gráficamente.

9. Dados los puntos $A(0,3)$ y $B(-4,0)$:
*a.* Representarlos en el gráfico, identificando cada uno de ellos.
*b.* Trazar la recta que une A y B.
*c.* A partir del gráfico , completar la siguiente tabla:

| Ecuación | Pendiente | Ordenada al origen | Cero de la función | Ecuación de una recta perpendicular |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

*d.* Representar gráficamente la recta perpendicular que fue elegida en el inciso anterior.

10. Dadas las siguientes funciones cuadráticas,

$$y_1 = -x^2 - 3x + 4$$

$$y_2 = -2x^2 + 2x + 12$$

$$y_3 = -2x^2 - 3x + 2$$

$$y_4 = -x^2 + 5x$$

## Trabajo Práctico 5

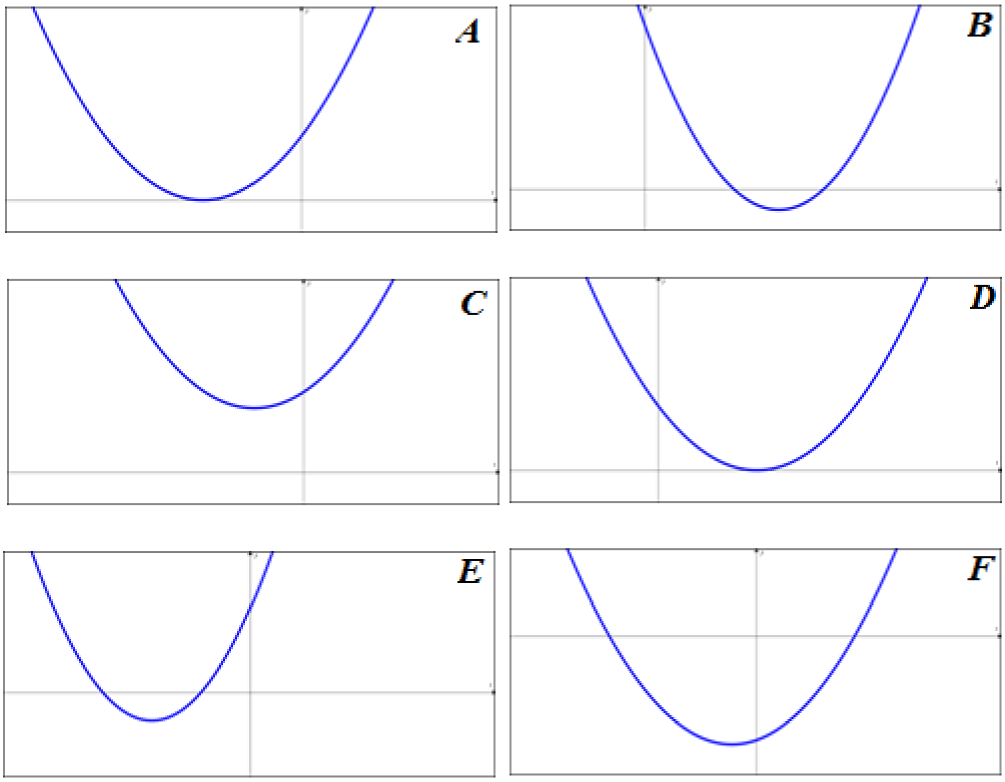
$y_5 = x^2 - 3x + 4$

$y_6 = -x^2 + 16$

$y_7 = -x^2 + 2x - 5$

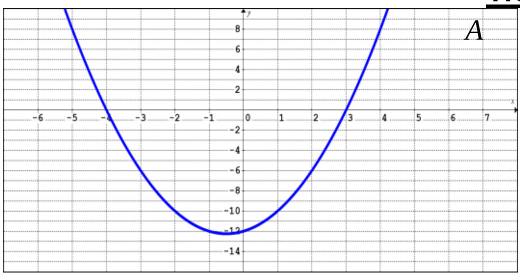
a. Halle el vértice, el eje de simetría, la ordenada al origen y los ceros (si existen)
b. Represente gráficamente.
c. Halle la forma canónica y factorizada.

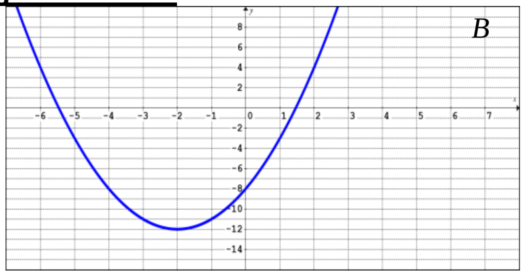
11. Relaciona cada una de las gráficas de las siguientes funciones cuadráticas con la expresión algebraica correspondiente, a partir del cálculo del discriminante.

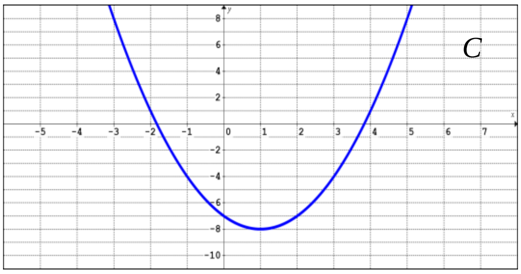


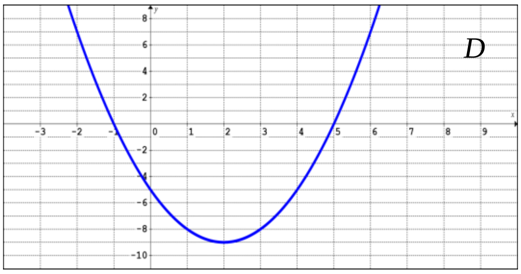

| | | | |
|---|---|---|---|
| *I* | $y_1 = x^2 + x - 6$ | *VII* | $y_4 = x^2 + 2x + 5$ |
| *II* | $y_2 = x^2 + 4x + 3$ | *VIII* | $y_5 = x^2 + 4x + 4$ |
| *III* | $y_3 = x^2 - 6x + 8$ | *IX* | $y_6 = x^2 - 4x + 4$ |

12. Halla, a partir de las siguientes representaciones gráficas, la expresión algebraica correspondiente, considerando en todos los casos el coeficiente principal *a*=1.




13. Represente gráficamente cada una de las funciones definidas por partes.

a. $f(x) = \begin{cases} 0 & si\ x < 2 \\ 1 & si\ x \geq 2 \end{cases}$

b. $f(x) = \begin{cases} 1 - x & si\ x < -2 \\ 5 & si\ x \geq -2 \end{cases}$

c. $f(x) = \begin{cases} x & si\ x \leq 0 \\ x + 1 & si\ x > 0 \end{cases}$

d. $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & si\ x < -1 \\ 3 - x & si\ x \geq -1 \end{cases}$

e. $f(x) = \begin{cases} 2 & si\ x < -1 \\ x^2 & si\ x \geq -1 \end{cases}$

f. $f(x) = \begin{cases} -x & si\ x \leq 0 \\ 9 - x^2 & si\ 0 < x \leq 3 \\ x - 3 & si\ x \geq 3 \end{cases}$

14. Represente gráficamente cada una de las siguientes funciones.

a. $y_1 = \sqrt{x}$

b. $y_2 = |x|$

c. $y_3 = \dfrac{1}{x}$

d. $y_4 = \sqrt{3x - 2}$

e. $y_5 = |2x - 1|$

f. $y_6 = \dfrac{x + 1}{x - 3}$

## Trabajo Práctico 5

15. Dada una función, determine la tasa de cambio promedio de la función entre los valores dados de la variable:
    a. $f(x) = x + x^4$ ; $x = 1, x = 3$
    b. $f(x) = 3x^2$ ; $x = 2, x = 2 + h$
    c. $f(x) = 4 - x^2$ ; $x = 1, x = 1 + h$
    d. $g(x) = \frac{1}{x}$ ; $x = 1, x = a$
    e. $g(x) = \frac{2}{x+1}$ ; $x = 0, x = h + 1$

16. Halle $f(a)$, $f(a+h)$ y el cociente de diferencias $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$, donde $h \neq 0$
    a. $f(x) = 3x + 2$
    b. $f(x) = x^2 + 1$
    c. $f(x) = 5$
    d. $f(x) = \frac{1}{x+1}$
    e. $f(x) = \frac{x}{x+1}$
    f. $f(x) = \frac{2x}{x-1}$

**Modelado con funciones**

17. Empleando funciones lineales y cuadráticas, modela cada una de las situaciones planteadas a continuación; y responde las respectivas preguntas.

16.1 Una represa, cuya capacidad es de 364 millones de litros de agua tiene una filtración. Desde el primer día del mes pierde agua de manera uniforme, a razón de 14 millones de litros diarios aproximadamente.

a. Hallar la función que describe la cantidad de agua que permanece en la represa cada día.
b. Graficar esta función.
c. ¿En cuántos días se vaciará la represa en caso de que no se solucione el problema?

16.2 Jorge es programador en una empresa de electricidad. Debe obtener una función que le permita calcular el precio que debería abonar un usuario, conociendo su consumo mensual. Para ello cuenta con el valor del cargo mínimo ($78), y el precio por cada 100 kw ($54,75) .

a. Expresar el precio por consumo de energía a través de una función lineal.
b. Graficar esta función. .
c. ¿Ante qué consumo el precio superará los $114?

16.3 Se sabe que la función de producción P(x) de un artículo es lineal, donde x es el dinero invertido. Si se invierten $10000, se producen 92 artículos; si se invierten $50500, se producen 497 artículos.

**Trabajo Práctico 5**

a. Escribe la función de producción.
b. Si se desean producir 145 artículos, ¿cuál debe ser la inversión?
c. Si la inversión es de $8000, ¿cuál será la cantidad de artículos producida?

16.4 Un objeto es lanzado hacia arriba. La altura en función del tiempo viene dada por la siguiente expresión:

$$y(t) = -4.9t^2 + 20t + 4$$

a. Calcular en que instante el objeto cae al suelo.
b. Determinar la posición inicial del objeto.
c. Determinar el dominio natural y contextual de la función altura y(t).

16.5 Un fabricante de relojes para taxis ha estimado que sus beneficios pueden deducirse de acuerdo con la siguiente función:

$$B(x) = -x^2 + 100x + 2400$$

En ella, x representa la cantidad de relojes que fabrica y vende al mes, mientras que B indica el beneficio que obtiene.

a. ¿Qué cantidad de relojes debe vender para obtener el máximo beneficio? ¿Cuál es ese beneficio?
b. ¿Entre qué dos cantidades debe vender a fin de no tener pérdidas?
c. ¿Cuál es el beneficio que logra el fabricante al vender 30 relojes?
d. ¿Qué cantidad de relojes debe vender si quiere obtener beneficios por $3.300?

16.6 La siguiente función determina la cantidad de pacientes que ingresan en un hospital después de x días del 1º de junio en el que empieza una epidemia de gripe.

$$P(x) = -5x^2 + 300x + 3500$$

En ella, P(x) es el número de pacientes y x representa el tiempo transcurrido desde el inicio de la epidemia, expresado en días.

a. ¿Cuál es el día en el que ingresan más pacientes?
b. ¿Cuál es la cantidad máxima que ingresó durante la epidemia?
c. ¿Cuántos pacientes ingresaron el día 06 de julio?
d. ¿Qué día ingresaron 6875 pacientes?

16.7 La velocidad con la que un automóvil realiza un recorrido entre dos ciudades puede representarse a través de una parábola que relaciona velocidad (medida en km/h) con distancia (medida en km). Se sabe que se inicia el recorrido en el kilómetro 4 y finaliza el mismo (llega a destino) en el kilómetro 28. Considerar a = -3/2.

a. Determinar la función que relaciona la velocidad con la distancia recorrida.
b. determinar el nivel máximo de velocidad y el kilómetro en el que se alcanza.
c. Hallar el kilómetro en el que se alcanza una velocidad de 196 km/h.
d. Hallar la velocidad que se alcanza en el kilómetro 20.

16.8 Se sabe que el crecimiento vegetativo que se observa en una cierta especie de gusanos está representado por una función cuadrática. Se conoce que, tomando como día cero el de iniciación del proceso reproductivo, la cantidad máxima de gusanos que resultan es de 2.025 a los 45 días de iniciado el proceso. Considerar a= -1

a. ¿Cuántos días después de haberse iniciado el proceso se produce la extinción de los mismos?
b. ¿Cuál es el número de gusanos a los diez días del inicio del proceso?
c. ¿A los cuántos días el número de gusanos alcanza las 656?