Universidad Nacional de Cuyo – Facultad de ciencias exactas y naturales

Introducción a la matemática 2016

Trabajo práctico 6

1. Crecimiento y disminución poblacional. En la tabla se da la población en una pequeña comunidad costera para el periodo 1997-2006. Las cifras mostradas son para el primero de enero de cada año.

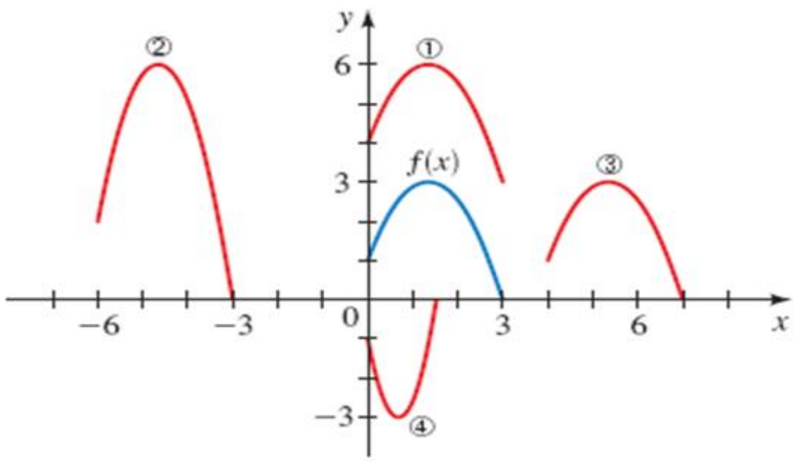
Año	Población
1997	624
1998	856
1999	1336
2000	1578
2001	1591
2002	1483
2003	994
2004	826
2005	801
2006	745

   a. ¿Cuál fue la tasa de cambio promedio de la población entre 1998 y 2001?
   b. ¿Cuál fue la tasa de cambio promedio de la población entre 2002 y 2004?
   c. ¿Para qué periodo la población fue creciente?
   d. ¿Para qué periodo la población fue decreciente?

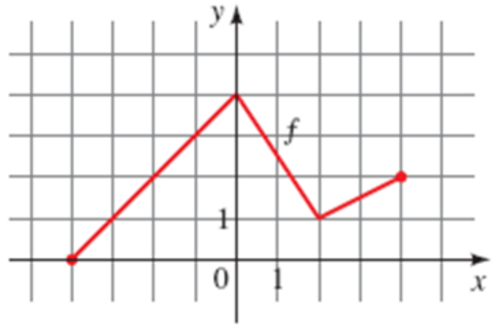
2. Se da la gráfica de *y = f(x).* Compare cada ecuación con su gráfica

a) $y = f(x-4)$ **b)** $y = f(x) + 3$

c) $y = 2f(x+6)$ **d)** $y = -f(2x)$



3. Se da la gráfica de f. Bosqueje las gráficas de las siguientes funciones:



   a. $y = f(x-2)$
   b. $y = f(x) - 2$
   c. $y = 2f(x)$
   d. $y = -f(x) + 3$
   e. $y = f(-x)$
   f. $y = \frac{1}{2}f(x-1)$

4. Bosqueje la gráfica de la función, no mediante la graficación por puntos, sino iniciando con la gráfica de una función estándar y aplicando las transformaciones correspondientes

   a. $f(x) = (x-2)^2$
   b. $f(x) = (x+7)^2$
   c. $f(x) = -(x+1)^2$
   d. $f(x) = 1 - x^2$
   e. $f(x) = x^3 + 2$
   f. $f(x) = -x^3$
   g. $f(x) = 1 + \sqrt{x}$
   h. $f(x) = 2 - \sqrt{x+1}$

5. Se da una función cuadrática
   a. Exprese la función cuadrática en la forma estándar
   b. Halle su vértice y sus intersectos *x* e *y*
   c. Bosqueje su gráfica

$$f(x) = x^2 - 6x$$
$$f(x) = x^2 + 8x$$
$$f(x) = 2x^2 + 6x$$
$$f(x) = -x^2 + 10x$$
$$f(x) = x^2 + 4x + 3$$
$$f(x) = x^2 - 2x + 2$$
$$f(x) = -x^2 + 6x + 4$$
$$f(x) = -x^2 - 4x + 4$$

6. Encuentre las funciones $f+g$, $f-g$, fg, f/g. Analice de las funciones originales y las resultantes: dominio, imagen, ceros, ordenada al origen, indeterminaciones, signos y paridad. Dibuje f, g y f+g en un mismo gráfico.
   a. $f(x) = x - 3; g(x) = x^2$
   b. $f(x) = x^2 + 2x - 5; g(x) = 3x^2 - 1$

c. $f(x) = \sqrt{4 - x^2}; g(x) = \sqrt{x + 1}$

d. $f(x) = \sqrt{9 - x^2}; g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

e. $f(x) = \frac{2}{x}; g(x) = \frac{4}{x+4}$

f. $f(x) = \frac{2}{x+1}; g(x) = \frac{x}{x+1}$

7. Encuentre las funciones fog, gof, fof, gog. Analice de las funciones originales y las resultantes: dominio, imagen, ceros, ordenada al origen, indeterminaciones, signos y paridad.
   a. $f(x) = 2x + 3; g(x) = 4x - 1$
   b. $f(x) = 6x - 5; g(x) = \frac{x}{2}$
   c. $f(x) = x^2; g(x) = x + 1$
   d. $f(x) = x^3 + 2; g(x) = \sqrt[3]{x}$

8. Encuentre la función inversa de f. Analice de la función y de su inversa: dominio, imagen, ceros, ordenada al origen, indeterminaciones, signos y paridad. Luego grafique ambas funciones.
   a. $f(x) = 2x + 1$
   b. $f(x) = 6 - x$
   c. $f(x) = 4x + 7$
   d. $f(x) = 3 - 5x$
   e. $f(x) = \frac{x}{2}$
   f. $f(x) = \frac{1}{x^2}, x > 0$
   g. $f(x) = \frac{1}{x+2}$
   h. $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$
   i. $f(x) = \frac{1+3x}{5-2x}$
   j. $f(x) = 5 - 4x^3$
   k. $f(x) = \sqrt{2 + 5x}$
   l. $f(x) = x^2 + x, x \geq -\frac{1}{2}$

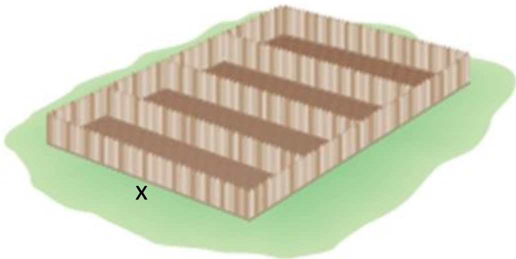
9. Electrostática. Dos cargas puntuales positivas q se colocan sobre el eje y en y =a y en y =-a. Se coloca una carga puntual negativa -Q en cierto punto de la parte positiva del eje x. El modelo que representa la magnitud de la fuerza eléctrica ejercida por las cargas q sobre la carga negativa (-Q) es:

$$f(x) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2qQx}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$$

   a. ¿Cuál es la fuerza neta sobre la carga -Q cuando está en el origen $(x = 0)$?
   b. ¿Cómo es esta fuerza eléctrica cuando $x = 4a$ respecto de cuando $x = \frac{a}{\sqrt{2}}$?
   c. Grafique la componente x de la fuerza neta sobre la carga -Q en función de x para valores de x entre -4a y 4a.

Ejercicios adicionales propuestos

1. En estos ejercicios se pide hallar una función que modela una situación de la vida real:
   a. Un cartel es 10 pulgadas más largo que su ancho. Encuentre una función que modele su área A en términos de su ancho W.
   b. Una caja rectangular con un volumen de 60 pies^3 tiene una base cuadrada. Encuentre una función que modele su área superficial S en términos de la longitud x de un lado de su base.
   c. División de un corral: Un ranchero con 750 pies de cerca quiere encerrar un área rectangular y dividirla después en cuatro corrales con cerca paralela a un lado del rectángulo (ver figura).
      - Encuentre una función que modele el área total de los cuatro corrales.
      - Determine el área total más grande posible de los cuatro corrales.



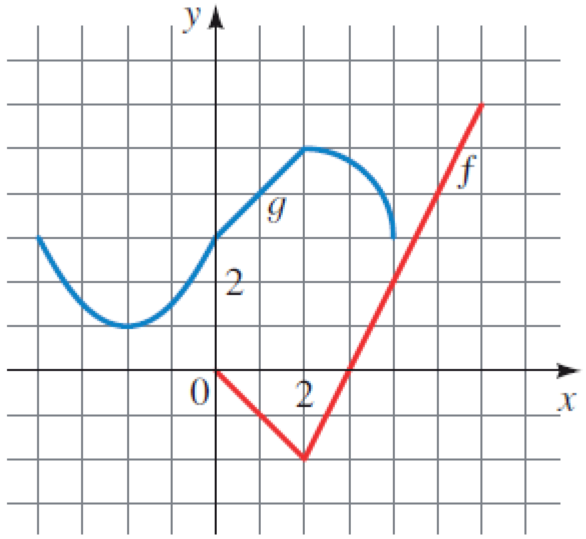
2. Determine si la función f es par, impar o ninguna. Si f es par o impar, use la simetría para bosquejar su gráfica.

   a. $f(x) = x^{-2}$
   b. $f(x) = x^{-3}$
   c. $f(x) = x^2 + x$
   d. $f(x) = x^4 - 4x^2$
   e. $f(x) = x^3 - x$
   f. $f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 1$
   g. $f(x) = 1 - \sqrt[3]{x}$
   h. $f(x) = x + \frac{1}{x}$

3. Encuentre el dominio de la función (Utilice las propiedades necesarias si lo cree conveniente)

   a. $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$
   b. $f(x) = \sqrt{x+1} - \frac{1}{x}$
   c. $f(x) = (x-3)^{-1/4}$
   d. $f(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{x-1}$

4. Use las gráficas de *f* y *g* para evaluar la expresión:



a. $f(g(2))$
b. $g(f(0))$
c. $gof(4)$
d. $fog(0)$
e. $gog(-2)$
f. $fof(4)$