Trabajo Práctico Nº3: Derivadas

Objetivo: que el estudiante de Cálculo I/Elementos de Cálculo I incorpore el proceso de derivación, tanto a través del aprendizaje y aplicación de la definición de derivada empleando el concepto de límite, como mediante el uso de métodos y reglas para encontrar derivadas de funciones. Que la aplicación de dichas reglas le permita entender conceptos como la velocidad y la aceleración. Que comprenda la relación entre derivabilidad y continuidad. Que aprenda a aplicar: derivación sucesiva a funciones con derivadas continuas, la regla de la cadena para calcular derivadas de funciones compuestas y derivación implícita para funciones en las cuales no resulta sencillo expresar a y en función de x.

NOTA AL ESTUDIANTE: en las Partes A y B encontrará ejercicios a resolver en clase práctica. Se sugiere que los ejercicios propuestos en la Parte C, se resuelvan en forma completa por el estudiante como trabajo extra-áulico. Las dudas pueden ser resueltas con cualquiera de los profesores de la materia Cálculo/Elementos de Cálculo I en las horas de consulta.

Se recomienda, además, disponer de alguna herramienta que permita comparar los resultados obtenidos en el desarrollo "manual" de cada ejercicio.

PARTE A: Ejercicios Comunes a Cálculo/Elementos

DERIVADA POR DEFINICIÓN

1. Encuentre la derivada de las siguientes funciones aplicando la definición (a través del proceso de límite)
   a. $h(s) = 3 + \frac{2}{3}s$ b. $f(x) = \frac{1}{x-1}$ c. $f(x) = \sqrt{x+4}$

RECTAS TANGENTE Y NORMAL A UNA CURVA

2. Encuentre los puntos sobre la curva $y = x^3 - x^2 - x + 1$ donde la tangente es horizontal.

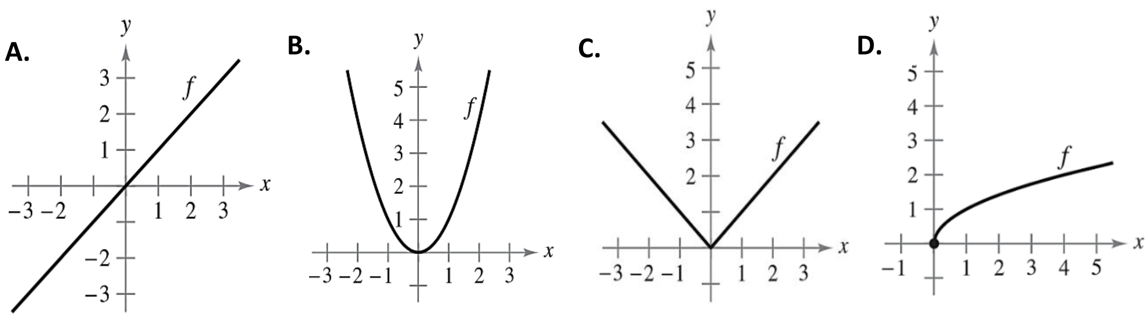
3. Encuentre una ecuación de la recta normal a la parábola $y = 1 - x^2$, en el punto $(2, -3)$. Grafique la parábola y la recta normal.

4. Escriba una ecuación de la tangente a la curva $y = \frac{2x}{x+1}$ en el punto (1,1).

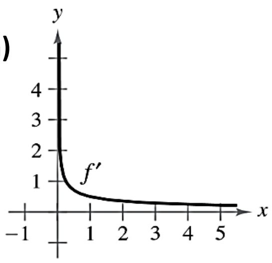
5. Determine los puntos (si los hay) donde la gráfica de la función tiene una recta tangente horizontal.
   a. $y = x^4 - 2x^2 + 3$ b. $y = \frac{1}{x^2}$ c. $y = x^2 + 9$

ANÁLISIS DE DERIVADAS DE FUNCIÓN MEDIANTE GRÁFICAS

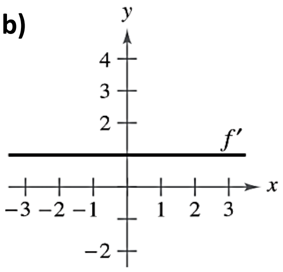
6. En los siguientes incisos (A, B, C, D) se muestra la gráfica de f. Seleccione la gráfica de f'.



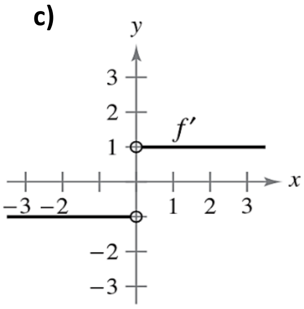
a)



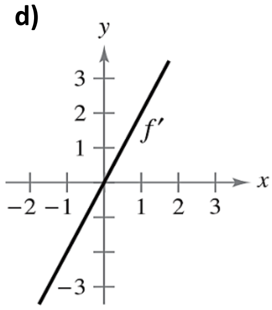
b)



c)

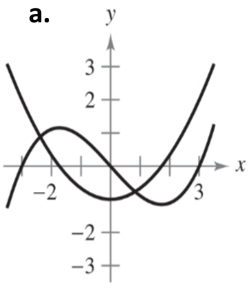


d)

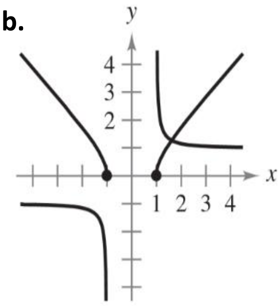


7. A continuación, se muestran las gráficas de una función f y su derivada f'. Clasifique las gráficas según correspondan a f o f' y explicar los criterios usados para tal selección

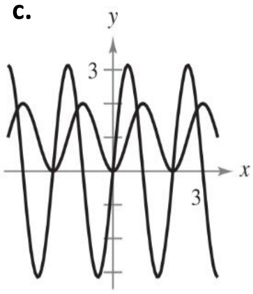
a.



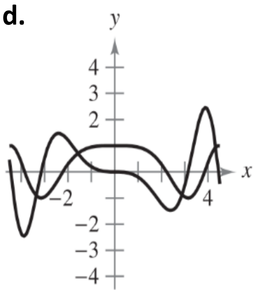
b.



c.

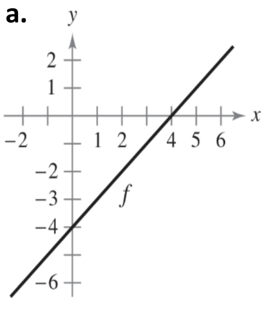


d.

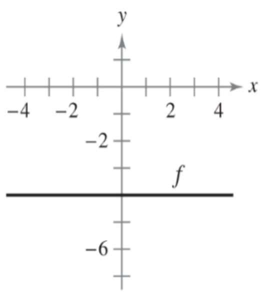


8. A partir de las gráficas de f, construya las de f' en cada caso, y explique cómo obtuvo la respuesta.

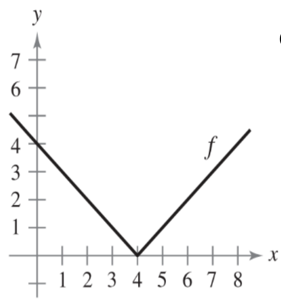
a.



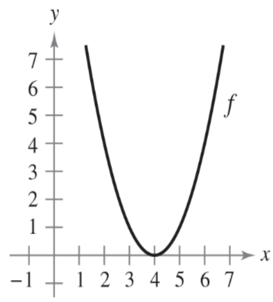
b.



c.

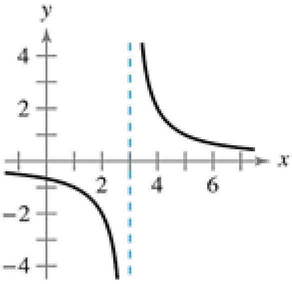


d.

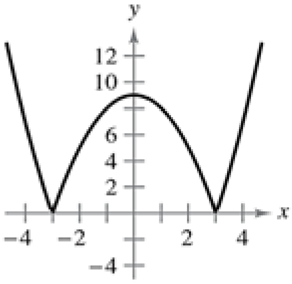


9. Para las siguientes funciones y sus gráficas, describa los valores x para los que f es derivable. Obtenga la derivada de la función.

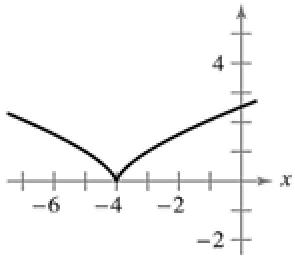
a. $f(x) = \dfrac{2}{x-3}$



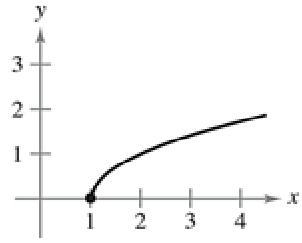
b. $f(x) = |x^2 - 9|$



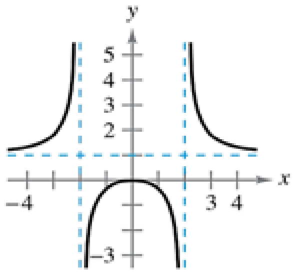
c. $f(x) = (x+4)^{2/3}$



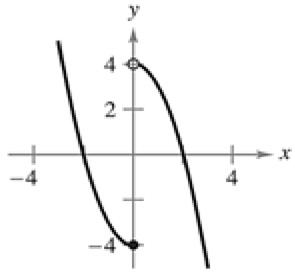
d. $f(x) = \sqrt{x-1}$



e. $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2-4}$



f. $f(x) = \begin{cases} x^2-4, & x \leq 0 \\ 4-x^2, & x > 0 \end{cases}$



DERIVADAS LATERALES, DERIVABILIDAD Y CONTINUIDAD

10. Calcule las derivadas laterales en $x = 1$ para cada una de las siguientes funciones. ¿Es derivable la función en $x = 1$?

    a. $f(x) = |x-1|$ b. $f(x) = \sqrt{1-x^2}$

11. Decida en qué puntos son derivables las siguientes funciones:

    a. $f(x) = \begin{cases} 0 & si\ x \leq -1 \\ x^2 & si\ |x| < 1 \\ 2x+1 & si\ 1 \leq x \leq 2 \\ 7-x & si\ x > 2 \end{cases}$ b. $f(x) = \begin{cases} 1+4x & si\ x \leq 2 \\ x^2-1 & si\ 2 < x < 5 \\ 5x-1 & si\ 5 \leq x \end{cases}$

12. Grafique la función $f(x) = \begin{cases} x, & -1 \leq x < 0 \\ tan\ x, & 0 \leq x \leq \pi/4 \end{cases}$

    ¿La función es continua es $x = 0$?¿ Es derivable en $x = 0$? Justificar

13. ¿Para qué valor o valores de la constante m, si existen, la función $f(x) = \begin{cases} sen2x, & x \leq 0 \\ mx, & x \geq 0 \end{cases}$

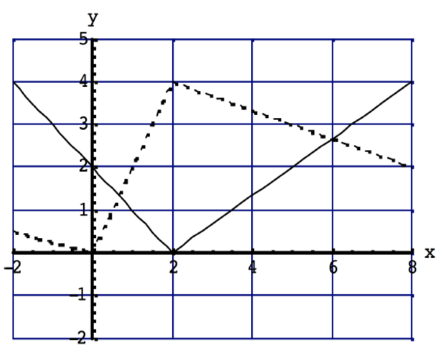
    es continua es $x = 0$?¿ Es derivable en $x = 0$? Justificar

REGLAS DE DERIVACIÓN

14. Derive la función f respecto de x o respecto de t, según corresponda:

    a. $y = x^2.e^x$ b. $y = \frac{e^x}{x^2}$ c. $f(t) = \frac{\sqrt{t}-1}{\sqrt{t}+1}$

15. Sean f y g las funciones cuyas gráficas se muestran a continuación, siendo f la gráfica representada con línea sólida y g la representada con línea de puntos. Sean $u(x) = f(x)g(x)$ y $v(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$. Encuentre $u'(1)$ y $v'(5)$.



16. Emplee las reglas de derivabilidad para calcular la derivada de la función en cada caso

a. $y = \frac{1}{x^5}$ b. $y = \sqrt[5]{x}$ c. $f(t) = t^3 \cos(t)$

d. $f(x) = \frac{x^3-3x^2+4}{x^2}$ e. $f(x) = x(x^2+1)$ f. $f(x) = \frac{2}{\sqrt[3]{x}} + 3\cos(x)$

g. $f(x) = \frac{x}{sen\,(x)+\cos(x)}$ h. $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^3+1}$ i. $f(t) = \frac{\cos(t)}{t^3}$

17. En el siguiente ejercicio verifique que $f'(x) = g'(x)$, explicar la relación que existe entre f y g

$f(x) = \frac{3x}{x+2}$; $g(x) = \frac{5x+4}{x+2}$

REGLA DE LA CADENA

18. Derive aplicando la regla de la cadena:

a. $h(x) = (x^2+4x+6)^5$ b. $h(x) = \cos(tan(x))$ c. $f(x) = e^{\sqrt{x}}$

d. $h(t) = \left(\frac{t-6}{t+7}\right)^3$ e. $f(x) = \ln(\cos(x))$ f. $f(x) = \frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}$

g. $f(x) = e^x \ln(x)$ h. $f(x) = \cos(x * sen(x))$

DERIVACIÓN IMPLÍCITA

19. Dada la ecuación $xy + 2x + 3x^2 = 4$:
    a. Encuentre y' por derivación implícita
    b. Resuelva la ecuación en forma explícita para y, y luego derive para obtener y' en términos de x.
    c. Compruebe que sus soluciones para los incisos (a) y (b) son consistentes, sustituyendo la expresión para y en su solución del inciso (a).

20. Halle la ecuación de la recta tangente a la curva $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ en el punto $\left(-5, \frac{9}{4}\right)$

21. Encuentre dy/dx por medio de la derivación implícita:

a. $x^3 - xy + y^2 = 7$ b. $\sqrt{xy} = x^2y + 1$

c. $(sen\,\pi x + cos\pi y)^2 = 2$ d. $x = sec\,(1/y)$

22. Encuentre dy/dx por medio de la derivación implícita y calcular la derivada en el punto indicado

a. $x^2 - y^3 = 0$, (1,1) b. $x \cdot cos\,y = 1$, (2,π/3)

DERIVADAS DE ORDEN SUPERIOR

23. Encuentre la derivada segunda de las siguientes funciones

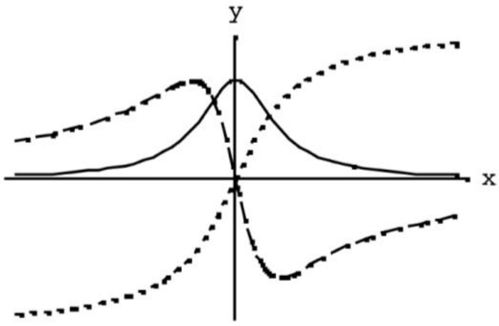
a. $f(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - x$ b. $f(x) = \frac{x^2+2x-1}{x}$

c. $f(x) = x \cdot sen\,(x)$ d. $f(\theta) = \cos(2\theta)$

24. Calcule la derivada segunda de $x^3 + y^3 = 1$ mediante derivación implícita.

25. Encuentre y' e y'' de: $y = x \cdot ln\ (x)$

26. La figura que se presenta a continuación muestra las gráficas de f, f', y f''. Identifique cada curva y explique sus elecciones.



PROBLEMAS DE APLICACIÓN

27. Una partícula se mueve según la ley de movimientos $s = f(t) = t^2 - 10t + 12, t \geq 0$, donde t se mide en segundos y s en metros.
    a. Encuentre la velocidad en el instante t.
    b. Indique la velocidad después de 3 s.
    c. ¿Cuándo la partícula está en reposo?
    d. ¿Cuándo se mueve hacia adelante?
    e. Encuentre la distancia total recorrida durante los primeros 8 s.
    f. Grafique el movimiento de la partícula.

28. Una masa en un resorte vibra horizontalmente sobre una superficie lisa y nivelada. Su ecuación del movimiento es $x(t) = 8\ sen\ (t)$, donde t está en segundos y x en centímetros.
    a. Encuentre la velocidad en el instante t.
    b. Halle la posición y la velocidad de la masa en el instante $t = 2\pi/3$ ¿En qué dirección se mueve en ese instante?

29. Cuando un bactericida se agregó a un cultivo de nutrientes en el que las bacterias crecían, la población de bacterias continuó su crecimiento por un tiempo, pero luego dejó de crecer y empezó a disminuir. El tamaño de la población en el tiempo t (horas) fue $B(t) = 10^6 + 10^4t - 10^3t^2$. Calcule el valor de t a partir del cual la población de bacterias comienza a disminuir.

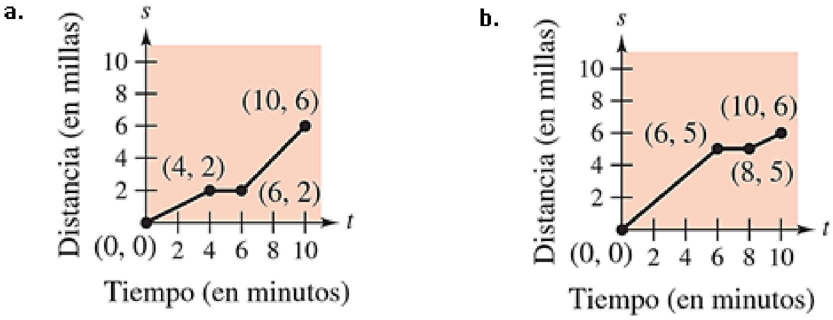
DERIVACIÓN LOGARÍTMICA

30. Aplique derivación logarítmica para hallar la derivada de y en cada caso:

    a. $y = x^x$ siendo $x > 0$ b. $y = (lnx)^{\cos(x)}$ siendo $x \geq 1$ c. $y = (4x^3)^{sen\, x}$ siendo $x > 0$

PARTE B: Ejercicios Adicionales Cálculo

31. A continuación, se muestra la gráfica de una función posición, que representa la distancia recorrida en millas por una persona que conduce durante 10 minutos para llegar a su trabajo. Elabore un bosquejo de la función velocidad correspondiente.



32. Decida en qué puntos es derivable la siguiente función:

$$h(x) = \begin{cases} 1 & si\ x \leq -1 \\ x+2 & si -1 < x \leq 2 \\ \dfrac{1}{4}x^2 + 3 & si\ \ x > 2 \end{cases}$$

33. Encuentre la derivada de las siguientes funciones
    a. $f(x) = \frac{x^3+5x+3}{x^2-1}$ b. $f(x) = x^4\left(1 - \frac{2}{x+1}\right)$ c. $f(x) = \frac{3x-1}{\sqrt{x}}$

    d. $f(x) = \frac{x^2+c^2}{x^2-c^2}$, c es una constante. e. $f(x) = \frac{3(1-sen\, x)}{2\cos x}$ f. $f(x) = \frac{2-1/x}{x-3}$

34. Utilice la derivación implícita para encontrar la ecuación de la recta tangente a la elipse $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{8} = 1$ en (1,2). Demostrar que la ecuación de la recta tangente a la elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ en (x_0, y_0) es $\frac{x_0 x}{a^2} + \frac{y_0 y}{b^2} = 1$.

35. *Búsqueda de un patrón*: sea $f(x) = sen\,(\beta x)$, donde β es una constante.
    a. Calcule las 4 primeras derivadas de la función.
    b. Verifique que la función y su segunda derivada satisfacen la ecuación $f''(x) + \beta^2 f(x) = 0$.
    c. Utilice los resultados del apartado (a) para desarrollar fórmulas generales para las derivadas de orden par e impar: $f^{2k}(x)$ y $f^{2k-1}(x)$.

PARTE C: Ejercicios Extra-áulicos

Cálculo/Elementos de Cálculo

1. Encuentre la derivada de las siguientes funciones aplicando la definición (a través del proceso de límite)

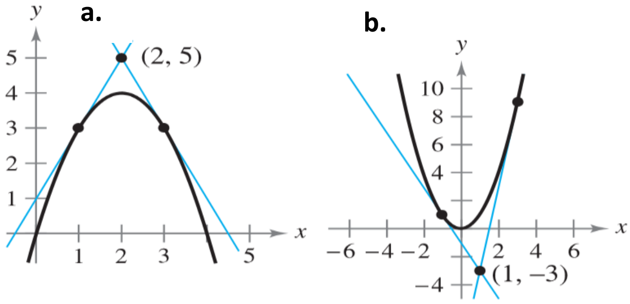
   a. $f(x) = 2 - x^2$ b. $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x}}$

2. Demuestre que la curva $y = 6x^3 + 5x - 3$ no tiene recta tangente con pendiente 4.

3. En los incisos a y b, encuentre las ecuaciones de dos rectas tangentes a la gráfica de f que pasen por el punto señalado

   a. $f(x) = 4x - x^2$

   b. $f(x) = x^2$



4. Determine los puntos (si los hay) donde la gráfica de la función tiene una recta tangente horizontal a. $y = x^3 + x$ b. $y = x + senx$ $, 0 \leq x \leq 2\pi$ c. $y = \sqrt{3}x + 2cosx$ $, 0 \leq x \leq 2\pi$

5. Encuentre una ecuación de la recta tangente a la curva $y = x + \frac{4}{x}$ en el punto (2,4). Grafique la curva y la tangente en el mismo par de ejes coordenados.

6. La curva $y = \frac{1}{1+x^2}$ se llama **bruja de María Agnesi**. Encuentre una ecuación para la recta tangente a esa curva en el punto $(-1, \frac{1}{2})$.

7. Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \tan(x)$ en el punto $\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$.

8. Halle todos los puntos de la gráfica de la función f dada por $f(x) = 2\,sen(x) + sen^2(x)$, donde la recta tangente es horizontal.

9. Calcule las derivadas laterales en $x = 1$ para cada una de las siguientes funciones. ¿Es derivable la función en $x = 1$?

   a. $f(x) = \begin{cases} (x-1)^3, x \leq 1 \\ (x-1)^2, x > 1 \end{cases}$ b. $f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$

10. En cada caso, determinar si la función es derivable en $x = 2$.

    a. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, x \leq 2 \\ 4x - 3, x > 2 \end{cases}$ b. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 1, & x < 2 \\ \sqrt{2x}, & x \geq 2 \end{cases}$

11. Sea f una función dada por $f(x) = \begin{cases} 2 - x & si\ x \leq 1 \\ x^2 - 2x + 2 & si\ x > 1 \end{cases}$

    ¿Es f derivable en el valor 1? Confeccione las gráficas de f y f'.

12. Grafique la función $f(x) = \begin{cases} x^2, & -1 \leq x < 0 \\ -x^2, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$

¿La función es continua es $x = 0$? ¿Es derivable en $x = 0$? Justificar

13. Grafique la función $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$

¿La función es continua es $x = 1$? ¿Es derivable en $x = 1$? Justificar

14. Derive la función f respecto de x o respecto de t, según corresponda:

a. $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ b. $f(t) = \frac{4t+5}{2-3t}$

15. Si $f(x) = e^x g(x)$, donde $g(0) = 2$ y $g'(0) = 5$, halle $f'(0)$.

16. Suponga que $f(5) = 1$, $f'(5) = 6$, $g(5) = -3$ y $g'(5) = 2$. Encuentre los valores de:

a. $(fg)'(5)$ b. $\left(\frac{f}{g}\right)'(5)$ c. $\left(\frac{g}{f}\right)'(5)$

17. Emplee las reglas de derivabilidad para calcular la derivada de la función en cada caso

a. $f(t) = -2t^2 + 3t - 6$
b. $f(\theta) = \frac{\pi}{2} sen\theta - cos\theta$
c. $f(x) = \frac{5}{(2x)^3} + 2cosx$
d. $f(x) = \frac{2x^2-3x+1}{x}$
e. $f(x) = 3x(6x - 5x^2)$
f. $f(x) = \sqrt{x} - 6\sqrt[3]{x}$
g. $f(x) = 6\sqrt{x} + 5cosx$
h. $f(x) = (x^2 + 3)(x^2 - 4x)$
i. $f(t) = \sqrt{t}(1 - t^2)$
j. $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$
k. $f(t) = \frac{t^2+4}{5t-3}$
l. $f(s) = \frac{s}{\sqrt{s}-1}$
m. $f(x) = \frac{sen\, x}{x^2}$

18. En el siguiente ejercicio verifique que $f'(x) = g'(x)$, explicar la relación que existe entre f y g

$f(x) = \frac{sen\, x-3x}{x}$ $g(x) = \frac{sen\, x+2x}{x}$

19. Encuentre la derivada de las siguientes funciones

a. $g(x) = 3(4 - 9x)^4$
b. $y = \sqrt[3]{6x^2 + 1}$
c. $f(t) = \left(\frac{1}{t-3}\right)^2$
d. $y = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$
e. $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$
f. $f(v) = \left(\frac{1-2v}{1+v}\right)^3$
g. $f(x) = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{x}}}$
h. $g(t) = \sqrt{\frac{1}{t^2-2}}$
i. $f(x) = (2 + (x^2 + 1)^4)^3$
j. $f(t) = \sqrt{\sqrt{t+1} + 1}$
k. $y = sen\,(\pi x)^2$
l. $y = \cos(1 - 2x)^2$
m. $f(x) = sen\, 2x \cos 2x$
n. $f(v) = \frac{\cos v}{cosec\, v}$
o. $g(\theta) = \cos^2 8\theta$

p. $h(t) = 2\cot^2(\pi t + 2)$ q. $y = sen\,\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{sen\,x}$ r. $y = sen(tan2x)$

s. $y = cos\sqrt{sen(\tan \pi x)}$

20. Derive aplicando la regla correspondiente

a. $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x}$ b. $f(x) = \cos(a^3 + x^3)$ c. $f(x) = e^{x\cos(x)}$

d. $f(x) = x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ e. $h(x) = \frac{1+\sqrt{sen\,(3x)}}{1-x+x^5}$ f. $f(x) = \cos(\ln(x))$

g. $f(x) = \ln(2 - x)$

21. Suponga $F(x) = f(g(x))$ y $g(3) = 6$, $g'(3) = 4$, $f'(3) = 2$ y $f'(6) = 7$. Halle $F'(3)$.

22. Halle la derivada de la función f en cada caso. Simplifique donde se pueda.

a. $f(x) = arcsen\,(x^2)$ b. $f(x) = arctang\,(e^x)$ c. $y = [sen(2x^2 - 1)]^{\frac{1}{x}}$

23. Demuestre que las curvas $2x^2 + y^2 = 3$ y $x = y^2$ son ortogonales.

24. Encuentre $\frac{dy}{dx}$ por derivación implícita siendo $y = f(x)$.

a. $x^2 + y^2 = 1$ b. $x^2y + xy^2 = 3x$ c. $4\cos(x)sen\,(y) = 1$

25. Encuentre dy/dx por medio de la derivación implícita:

a. $x^2 + y^2 = 9$ b. $x^2 - y^2 = 25$ c. $x^{1/2} - y^{1/2} = 16$

d. $x^2y - y^2x = -2$ e. $x^3y^3 - y = x$ f. $x^3 - y^3 = 64$

g. $x^3 - 3x^2y + 2xy^2 = 12$ h. $4\,cos\,x\,sen\,y = 1$ i. $senx = x(1 + tan\,y)$

j. $cot\,y = x - y$ k. $sen\,x + 2cos\,2y = 1$ l. $y = sen\,xy$

26. Encuentre dy/dx por medio de la derivación implícita y calcular la derivada en el punto indicado

a. $xy = 6$, (-6,-1) b. $y^2 = \frac{x^2-49}{x^2+49}$, (7,0) c. $(x + y)^3 = x^3 + y^3$, (-1,1)

d. $x^{2/3} + y^{2/3} = 5$, (8,1) e. $tan(x + y) = x$, (0,0) f. $x^3 + y^3 = 6xy + 1$,(2,3)

27. Encuentre la derivada segunda de las siguientes funciones

a. $f(x) = x + 32\,x^{-2}$ b. $f(x) = \frac{x}{x-1}$ c. $f(x) = \sec(x)$

28. Encuentre una fórmula para $f^n(x)$ en cada caso: a. $f(x) = e^{2x}$ y b. $f(x) = \frac{1}{3x^3}$

29. Determine la derivada tercera de $y = \sqrt{2x + 3}$

30. Si $f(x) = (2 - 3x)^{-\frac{1}{2}}$, determine $f(0), f'(0), f''(0)$ y $f'''(0)$.

31. Encuentre la derivada de orden superior que se indica en cada caso.

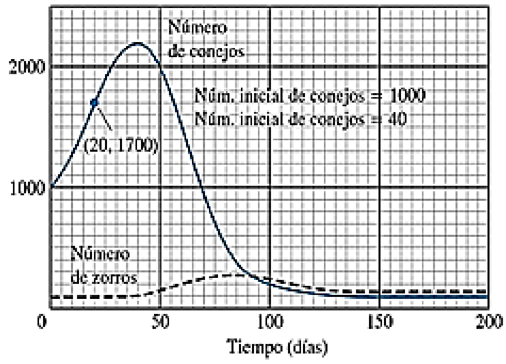
a. $f''(x) = 2 - \frac{2}{x}, f'''(x)$ b. $f'''(x) = 2\sqrt{x}, f^{(4)}(x)$ c. $f^{(4)}(x) = 2x + 1, f^{(6)}(x)$

32. La función de posición de una partícula está dada por $s(t) = t^3 - \frac{9}{2}t^2 - 7t$, siendo $t \geq 0$. ¿En qué instante alcanza la partícula una velocidad de 5 m/s?

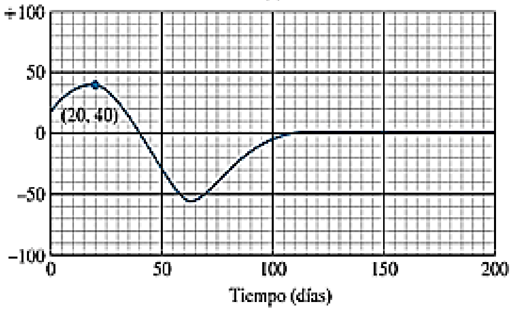
33. Una partícula se mueve de acuerdo con una ley de movimiento $s = f(t) = t^3 - 12t^2 + 36t, t \geq 0$, donde t está dado en segundos y s en metros.
   a. Encuentre la aceleración en el tiempo t y después de 3 s.
   b. Grafique las funciones de posición, velocidad y aceleración para $0 \leq t \leq 8$.
   c. ¿Cuándo aumenta la partícula su velocidad? ¿Cuándo la reduce?

34. La Ley de Boyle establece que, si la temperatura de un gas permanece constante, su presión es inversamente proporcional a su volumen. Utilizar la derivada para demostrar que el ritmo de cambio de la presión es inversamente proporcional al cuadrado del volumen.

35. Las gráficas que se muestran a continuación representan los números de conejos y zorros en una pequeña población del Ártico, los cuales se grafican como funciones del tiempo para 200 días. En el gráfico a) se muestra que, en un principio, el número de conejos aumenta conforme éstos se reproducen. Pero los zorros se alimentan de conejos, de manera que cuando el número de zorros aumenta, la población de conejos se estabiliza y luego declina. En el b) presenta la gráfica de la derivada de la población de conejos.



(a)



Derivada de la población de conejos
(b)

Responda:
   a. ¿Cuál es el valor de la derivada de la población de conejos cuando el número de éstos es máximo? ¿Y cuándo se registra el mínimo número de conejos?
   b. ¿Cuál es el tamaño de la población de conejos cuando su derivada es la mayor posible? ¿Y cuándo es la menor posible (negativa)?
   c. ¿En qué unidades deben medirse las pendientes de las curvas de población de conejos y de zorros?

Cálculo

36. Use la regla de la cadena para demostrar lo siguiente:
    a. La derivada de una función par es una función impar.
    b. La derivada de una función impar es una función par.

37. Utilice derivación implícita para encontrar la ecuación de la recta tangente a la hipérbola $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{8} = 1$ en (3,-2).

    Demuestre que la ecuación de la recta tangente a la hipérbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ en (x_0, y_0) es $\frac{x_0 x}{a^2} - \frac{y_0 y}{b^2} = 1.$

38. Use la definición de derivada para probar que $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

39. Halle la derivada de y en cada caso:

    a. $y = [sen(1 - 4x^2)]^{\frac{1}{x}}$ b. $y = [\cos(2x^2 - 1)]^{\frac{1}{x}}$ c. $y = \sqrt{3x + \sqrt{2 + \sqrt{1 - x}}}$, para $x \in (-\infty, 1]$