

TRABAJO PRÁCTICO 5: INTEGRALES-PARTE C

PARTE C: OTRAS TÉCNICAS DE INTEGRACIÓN. INTEGRALES DE FUNCIONES RACIONALES. INTEGRALES IMPROPIAS.

1. Evalúe cada una de las siguientes integrales:

a. $\int x e^{2x} dx$

b. $\int (\ln x)^2 dx$

c. $\int e^{2\theta} \operatorname{sen}(3\theta) d\theta$

d. $\int_0^1 t e^{-t} dt$

e. $\int_1^2 \frac{\ln(x)}{x^2} dx$

f. $\int \cos(\ln x) dx$

2. Dada la siguiente integral:

$$\int \operatorname{sen}(\sqrt{x}) dx$$

Realice primero una sustitución y después integración por partes para evaluarla.

3. Calcule el área de la región limitada por las siguientes funciones: $y = \operatorname{arcsen}(x)$; $y = 0$; $x = 0,5$.

4. Evalúe cada una de las siguientes integrales:

a. $\int \operatorname{sen}^3(x) \cos^2(x) dx$

b. $\int_{\pi/2}^{3\pi/4} \operatorname{sen}^5(x) \cos^3(x) dx$

c. $\int_0^{\pi/2} \operatorname{sen}^2(3x) dx$

d. $\int \cos^4(t) dt$

e. $\int \frac{1-\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)} dx$

f. $\int \tan^2(x) dx$

g. $\int_0^{\pi/4} \tan^4(t) \sec^2(t) dt$

h. $\int \operatorname{sen}(5x) \operatorname{sen}(2x) dx$

5. Calcule el valor promedio de la función $f(x) = \operatorname{sen}^2(x) \cos^3(x)$ en el intervalo $[-\pi, \pi]$.

6. Descomponga en fracciones parciales cada una de las funciones dadas y determine los valores numéricos de los coeficientes

a. $\frac{3}{(2x+3)(x-1)}$

b. $\frac{1}{x^4-x^3}$

c. $\frac{5x+1}{(x-1)^2}$

7. Evalúe cada una de estas integrales:

a. $\int \frac{x^2}{x+1} dx$

b. $\int_0^1 \frac{2x+3}{(x+1)^2} dx$

c. $\int \frac{1}{(x+5)^2(x-1)} dx$

d. $\int_0^1 \frac{x^3}{x^2+1} dx$

e. $\int \frac{3x^2-4x+5}{(x-1)(x^2+1)} dx$

8. Dada la integral $\int \frac{1}{x\sqrt{x+1}} dx$, realice una sustitución para expresar el integrando como una función racional y luego evalúe la integral.

9. Calcule el área de la región bajo la curva $y = \frac{x+1}{x-1}$, desde $a = 2$ hasta $b = 3$.

10. Explique por qué son impropias cada una de las integrales que se presentan a continuación:

a. $\int_1^{\infty} x^4 e^{-x^4} dx$

b. $\int_0^{\pi/2} \sec(x) dx$

c. $\int_0^2 \frac{x}{x^2-5x+6} dx$

d. $\int_{-\infty}^0 \frac{1}{x^2+5} dx$

11. Calcule el área bajo la curva $y = \frac{1}{x^3}$, de $x = 1$ a $x = t$ y evalúela cuando $t = 10, 100$ y 1000 . A continuación, determine el área total bajo esta curva, para $x \geq 1$.

12. Señale si cada una de las siguientes integrales es convergente o divergente. Evalúe las convergentes:

a. $\int_1^{\infty} \frac{1}{(3x+1)^2} dx$

b. $\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{\sqrt{2-w}} dw$

c. $\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} dx$

d. $\int_0^{\infty} \cos(x) dx$

e. $\int_1^{\infty} \frac{\ln(x)}{x^2} dx$

f. $\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

g. $\int_{-1}^0 \frac{1}{x^2} dx$

13. Bosqueje la región $S = \{(x, y)/x \leq 1, 0 \leq y \leq e^x\}$ y calcule su área (si esta es finita).

14. Aplique el teorema de comparación para determinar si la integral $\int_1^{\infty} \frac{\cos^2(x)}{1+x^2} dx$ es convergente o divergente.

15. Halle el área bajo la curva de la función f dada por $f(x) = \frac{-3x+2}{x^2-3x}$, entre $x = 2$ y $x = 4$.

16. Calcule, si es posible $\int_2^{\infty} \frac{1}{(x+3)^2} dx$, e indique qué representa.