TRABAJO PRÁCTICO 5: INTEGRALES- PARTE C

PARTE C: OTRAS TÉCNICAS DE INTEGRACIÓN. INTEGRALES DE FUNCIONES RACIONALES. INTEGRALES IMPROPIAS.

1. Evalúe cada una de las siguientes integrales:

a. $\int x\, e^{2x}\, dx$ b. $\int (\ln x)^2\, dx$ c. $\int e^{2\theta}\, sen\,(3\theta)\, d\theta$

d. $\int_0^1 t\, e^{-t}\, dt$ e. $\int_1^2 \frac{\ln(x)}{x^2}\, dx$ f. $\int \cos\, (lnx)\, dx$

2. Dada la siguiente integral:

$$\int sen\,(\sqrt{x})dx$$

Realice primero una sustitución y después integración por partes para evaluarla.

3. Calcule el área de la región limitada por las siguientes funciones: $y = arcsen\,(x); y = 0; x = 0{,}5$.

4. Evalúe cada una de las siguientes integrales:

a. $\int sen^3(x)\cos^2(x)\; dx$ b. $\int_{\pi/2}^{3\pi/4} sen^5(x)\cos^3(x)\, dx$ c. $\int_0^{\pi/2} sen^2(3x)\, dx$

d. $\int \cos^4(t)\, dt$ e. $\int \frac{1-sen\,(x)}{\cos(x)}\, dx$ f. $\int \tan^2(x)\; dx$

g. $\int_0^{\pi/4} \tan^4(t)\sec^2(t)\; dt$ h. $\int sen\,(5x)\, sen\,(2x)\, dx$

5. Calcule el valor promedio de la función $f(x) = sen^2(x)\cos^3(x)$ en el intervalo $[-\pi, \pi]$.

6. Descomponga en fracciones parciales cada una de las funciones dadas y determine los valores numéricos de los coeficientes

a. $\frac{3}{(2x+3)(x-1)}$ b. $\frac{1}{x^4-x^3}$ c. $\frac{5x+1}{(x-1)^2}$

7. Evalúe cada una de estas integrales:

a. $\int \frac{x^2}{x+1}\, dx$ b. $\int_0^1 \frac{2x+3}{(x+1)^2} dx$ c. $\int \frac{1}{(x+5)^2(x-1)} dx$

d. $\int_0^1 \frac{x^3}{x^2+1} dx$ e. $\int \frac{3x^2-4x+5}{(x-1)(x^2+1)} dx$

8. Dada la integral $\int \frac{1}{x\sqrt{x+1}} dx$, realice una sustitución para expresar el integrando como una función racional y luego evalúe la integral.

9. Calcule el área de la región bajo la curva $y = \frac{x+1}{x-1}$, desde $a = 2$ hasta $b = 3$.

10. Explique por qué son impropias cada una de las integrales que se presentan a continuación:

a. $\int_1^\infty x^4\, e^{-x^4} dx$

b. $\int_0^{\pi/2} \sec(x)\, dx$

c. $\int_0^2 \frac{x}{x^2-5x+6} dx$

d. $\int_{-\infty}^0 \frac{1}{x^2+5} dx$

11. Calcule el área bajo la curva $y = \frac{1}{x^3}$, de $x = 1$ a $x = t$ y evalúela cuando $t = 10, 100$ y 1000. A continuación, determine el área total bajo esta curva, para $x \geq 1$.

12. Señale si cada una de las siguientes integrales es convergente o divergente. Evalúe las convergentes:

a. $\int_1^\infty \frac{1}{(3x+1)^2} dx$

b. $\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{\sqrt{2-w}} dw$

c. $\int_{-\infty}^\infty x\, e^{-x^2} dx$

d. $\int_0^\infty \cos(x)\, dx$

e. $\int_1^\infty \frac{\ln(x)}{x^2}\, dx$

f. $\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

g. $\int_{-1}^0 \frac{1}{x^2} dx$

13. Bosqueje la región $S = \{(x,y)/x \leq 1, 0 \leq y \leq e^x\}$ y calcule su área (si esta es finita).

14. Aplique el teorema de comparación para determinar si la integral $\int_1^\infty \frac{\cos^2(x)}{1+x^2}\, dx$ es convergente o divergente.

15. Halle el área bajo la curva de la función f dada por $f(x) = \frac{-3x+2}{x^2-3x}$, entre $x = 2$ y $x = 4$.

16. Calcule, si es posible $\int_2^\infty \frac{1}{(x+3)^2} dx$, e indique qué representa.