TRABAJO PRÁCTICO 8: SUCESIONES Y SERIES DE NÚMEROS REALES

1. Dadas las siguientes sucesiones:

   i. $a_n = \frac{n}{n+1}, n \geq 0$ ii. $b_n = \frac{1-2n}{n^2}, n \geq 1$ iii. $c_n = 3 + 5n, n \geq 1$

   a. Grafique los primeros 8 términos de la sucesión

   b. Indique, a través de la observación de la gráfica anterior, a qué valor converge y pruebe utilizando definición de límite, que dicho valor es correcto.

2. Calcule los siguientes límites de sucesiones utilizando propiedades. Justifique cada paso.

   a. $\lim_{n\to\infty} \left[\frac{1}{2n} + \frac{3}{3n^2} + \left(\frac{2}{3}\right)^n\right]$

   b. $\lim_{n\to\infty} \left[\frac{(-\pi)^n}{5^n} + 3^{n/2}\right]$

3. Calcule el límite $\lim_{n\to\infty} a_n$ estudie la monotonía y grafique los primeros 5 términos para cada una de las siguientes sucesiones:

   a. $a_n = \frac{4n^2+2}{n^2+3n-1}$

   b. $b_n = \frac{\sqrt{3n^2+2}}{2n+1}$

   c. $c_n = (-1)^n \frac{n}{n+2}$

   d. $d_n = \left(\frac{2n-3}{2n+4}\right)^{\frac{n^2-2n}{n+1}}$

4. Enuncie el teorema del encaje o Sandwich y calcule el límite de las siguientes sucesiones:

   a. $a_n = \frac{sen(n)}{n}$

   b. $b_n = \frac{n \cdot \cos(n)}{n^2+1}$

5. Para las series:

   i. $\sum_{n=0}^{\infty} ar^n$ (serie geométrica) ii. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ (serie telescópica)

   a. Calcule la expresión general de la sucesión de sumas parciales.

   b. Calcule, si existe, la suma de cada serie.

6. Utilizando el ejercicio anterior, indique si las siguientes series convergen o divergen. Si convergen, calcule su suma:

   a. $\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n$ b. $\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{3}{2}\right)^n$ c. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n$ d. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n+3^n}{5^n}$

7. Enuncie la condición necesaria de convergencia y luego analice si las siguientes series convergen o divergen:

   a. $\sum_{n=0}^{\infty}\sqrt{4n^2+2}$ b. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(4n^2+2)n!}{(n+2)!}$ c. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+3n+12}{2^n}$

8. Enuncie el criterio de comparación directa y en el límite. Luego analice la convergencia de las siguientes series:

   a. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{sen(n)}{n^2}$ b. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)(n+1)}$ c. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$

9. Enuncie el criterio del cociente y analice la convergencia de las siguientes series:

   a. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)^n}{3^n \cdot n!}$ b. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3n-1)!}{(4n-3)!}$ c. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{5^n}$ d. $\sum_{n=1}^{\infty} n\left(\frac{2}{3}\right)^n$

10. Enuncie el criterio de la raíz y analice la convergencia de las siguientes series:

   a. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{3n-1}\right)^n$ b. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{(2n+1)^n}$ c. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n}{3n+1}\right)^n$