

Trabajo Práctico 11

1. Determine cuáles de los siguientes puntos están en el círculo unitario, cuáles pertenecen a la circunferencia unitaria y cuáles se hallan fuera del círculo unitario.

a. $\left(-\frac{5}{7}, -\frac{2\sqrt{6}}{7}\right)$

b. $\left(-\frac{5}{8}, \frac{3}{8}\right)$

c. $\left(-\frac{5}{13}, \frac{12}{13}\right)$

d. $\left(\frac{5}{7}, -\frac{6}{7}\right)$

e. $\left(\frac{5}{6}, \frac{\sqrt{11}}{6}\right)$

2. Determine la coordenada faltante de P , si se sabe que P es un punto de la circunferencia unitaria ubicado en el cuadrante indicado.

Coordenadas	Cuadrante
$\left(x_1, \frac{1}{3}\right)$	II
$\left(\frac{2}{5}, y_2\right)$	I
$\left(-\frac{3}{7}, y_3\right)$	III
$\left(x_4, -\frac{5}{8}\right)$	IV
$\left(x_5, \frac{2}{9}\right)$	II

3. Complete la siguiente tabla:

Medida sexagesimal	0°	30°			90°		135°	150°		240°	270°		360°
Medida radial	0		$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$		$\frac{2}{3}\pi$			π			$\frac{5}{3}\pi$	

4. Suponga que el punto definido por t es el punto $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ de la circunferencia unitario.

Encuentre las coordenadas del punto sobre la circunferencia definido por cada uno de los siguientes valores:

a. $\pi - t$

b. $-t$

c. $\pi + t$

d. $t - \pi$

Trabajo Práctico 11

5. Calcule el número de referencia para cada valor de t .

a. $t = \frac{5}{4}\pi$

b. $t = \frac{7}{3}\pi$

c. $t = -\frac{4}{3}\pi$

d. $t = \frac{\pi}{6}$

6. Determine sin calculadora el valor exacto de la función trigonométrica en el número dado.

a. $\operatorname{sen} \frac{2\pi}{3}$

b. $\operatorname{cos} \frac{5\pi}{6}$

c. $\operatorname{tan} \frac{7\pi}{3}$

d. $\operatorname{cot} \frac{5\pi}{4}$

e. $\operatorname{sec} \frac{7\pi}{3}$

f. $\operatorname{cosec} -\frac{\pi}{2}$

7. Sabiendo que $\operatorname{sen} \frac{\pi}{6} = 1/2$, encontrar el valor exacto de $\operatorname{cos} \pi/6$. Con estos dos datos calcular en forma exacta los valores del seno, del coseno y de la tangente de

$$\alpha = \frac{5}{6}\pi, \quad \beta = -\frac{7}{6}\pi, \quad \theta = -\frac{13}{6}\pi$$

8. Encuentre los valores de las cinco funciones trigonométricas de θ restantes a partir de la información dada.

a. $\operatorname{sen} \theta = \frac{3}{5}$, θ en el cuadrante II

b. $\operatorname{sen} \theta = -\frac{1}{4}$, $\operatorname{sec} \theta < 0$

c. $\operatorname{sec} \theta = 3$, θ en el cuadrante IV

d. $\operatorname{tan} \theta = -\frac{3}{4}$, θ en el cuadrante II

e. $\operatorname{cot} \theta = -\frac{1}{4}$, $\operatorname{csc} \theta > 0$

9. Determine si la función es par, impar o ninguna de las dos. Determine los ceros y la ordenada al origen.

a. $f(x) = x^2 \operatorname{sen} x$

b. $f(x) = \operatorname{sen} x \operatorname{cos} x$

Trabajo Práctico 11

- c. $f(x) = |x| \cos x$
d. $f(x) = x \operatorname{sen}^3 x$

10. Determine la amplitud, periodo y desplazamiento de fase de la función, y grafique un periodo completo.

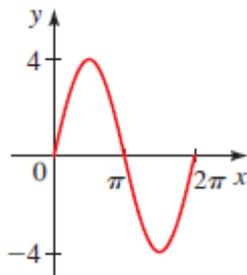
- a. $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$
b. $y = 5 \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$
c. $y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$
d. $y = \operatorname{sen}(\pi + 3x)$

11. Se proporciona la gráfica de una curva seno o coseno.

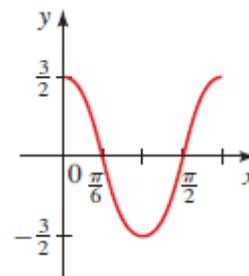
- a. Calcule la amplitud, período y desplazamiento de fase.
b. Escriba una ecuación que represente la curva en la forma:

$$y = a \cdot \operatorname{sen}(k \cdot (x - b)), \text{ o bien } y = a \cdot \cos(k \cdot (x - b))$$

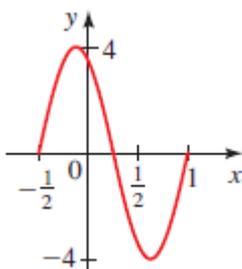
I.



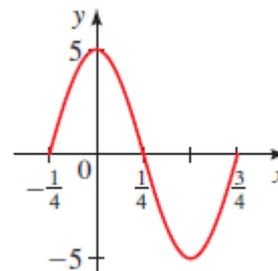
II



III



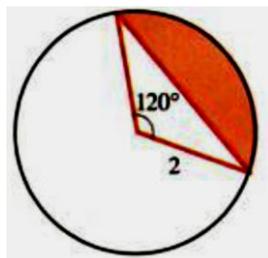
IV



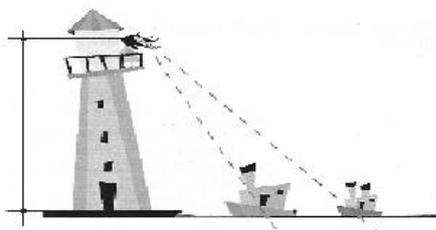
12. Un ángulo central θ en un círculo de radio 5m es subtendido por un arco de longitud 6m. Encuentre la medida de θ en radianes y en grados.

Trabajo Práctico 11

13. Un arco de 100m de longitud subtende un ángulo central θ en un círculo de 50m de radio. Encuentre la medida de θ en grados y en radianes.
14. Determinar el radio del círculo si un arco de 6m de longitud en el círculo, subtende un ángulo central de $\frac{\pi}{6}$ radianes.
15. Encuentre el área de la región sombreada en la siguiente figura.

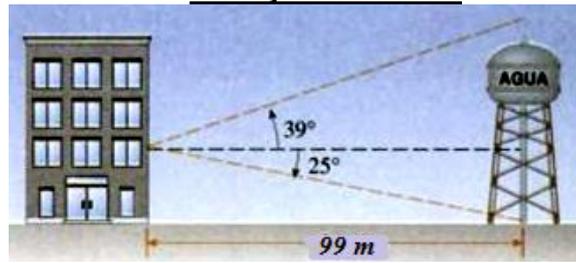


16. El perímetro de una circunferencia es de 30 cm. Si A y B son los puntos extremos de un arco de dicha circunferencia correspondiente a un ángulo central de 120° , calcular el área y el perímetro del triángulo AOB determinado por los puntos A, B y el centro O de la circunferencia.
17. Una escalera de 6m se apoya sobre un edificio de modo que el ángulo entre el suelo y la escalera es de 72° . ¿A qué altura llega la escalera sobre el edificio?
18. Un árbol de 29,25m proyecta una sombra de 36,6m de largo. ¿Cuál es el ángulo de elevación del sol?
19. Desde lo alto de un faro de 20 m de altura, una persona ve acercarse dos barcos. Para ver uno de ellos el ángulo depresión es de 45° y para el otro de 60° . Determinar:
- La distancia desde el faro al primer barco.
 - La distancia entre el observador y el segundo barco.
 - La distancia, entre ambos barcos.

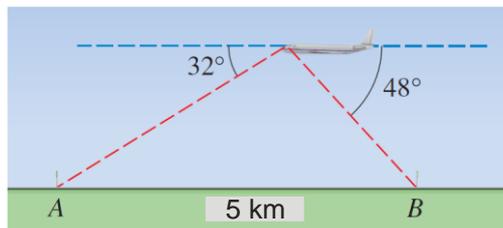


20. Una torre de agua se localiza a 99m de un edificio. Desde una ventana en el edificio, un observador nota que el ángulo de elevación de la parte superior de la torre es de 39° y que el ángulo de depresión respecto a la base de la torre es de 25° . ¿Qué tan alta es la torre? ¿A qué altura está la ventana?

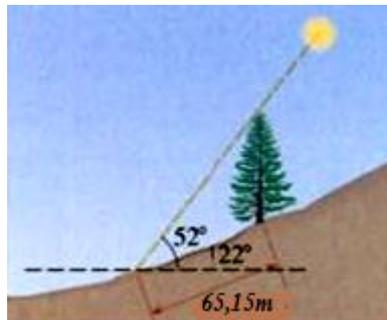
Trabajo Práctico 11



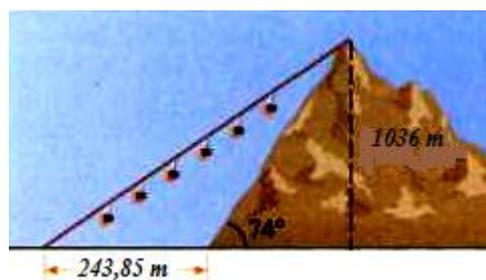
21. Un piloto vuela sobre una ruta recta. Determina los ángulos de depresión hasta dos postes de medición de kilometraje apartados 5 km, como 32° y 48° , según se ilustra en la figura. Encontrar la distancia del avión al punto A y la elevación del avión



22. Un árbol en una ladera proyecta una sombra de 65,15 m colina abajo. Si el ángulo de inclinación de la ladera es 22° respecto a la horizontal y el ángulo de elevación del sol es de 52° , encuentre la altura del árbol.



23. Una montaña pronunciada tiene una inclinación de 74° respecto de la horizontal y se eleva 1036 m sobre la llanura circundante. Se va a instalar un teleférico desde un punto a 243,85 m de la base hasta la cima de la montaña, como se ilustra. Encuentre la longitud más corta del cable necesario.



Trabajo Práctico 11

24. Verifique las siguientes identidades trigonométricas

a. $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2 \sin x \cos x$

b. $\frac{\sec x \cot x}{\csc x} = 1$

c. $\frac{\csc x - \cot x}{\sec x - 1} = \cot x$

d. $\csc x [\csc x - \sin x] = \cot^2 x$

e. $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \sin^2 x$

f. $\cos(-x) \cos(-x) + \sin(-x) = -\csc x$

g. $\sin 8x = 2 \sin 4x \cos 4x$

h. $\frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \sin 2x$

i. $\frac{2(\tan x - \cot x)}{\tan^2 x - \cot^2 x} = \sin 2x$

j. $\cot 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{2 \tan x}$

25. Calcule el valor exacto de la expresión, si está definida.

a. $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{4}\right) =$

b. $\tan(\tan^{-1} 5) =$

c. $\cos^{-1}\left(\cos\frac{\pi}{3}\right) =$

d. $\tan\left(\sin^{-1}\frac{1}{2}\right) =$

26. Grafique las funciones $y = \sin x$, e $y = \sin^{-1} x$. Especifique el dominio de cada función.

27. Grafique las funciones $f(x) = 2 \sin x$ y $g(x) = \sin^2 x$; y complete la siguiente tabla:

	$f(x)$	$g(x)$
Dominio:		
Imagen:		
Ordenada al origen		
Intersecciones con el eje x en $\left[-\pi, \frac{\pi}{2}\right]$		

Trabajo Práctico 11

28. Encuentre todos los valores de $x \in [0, 2\pi)$ para los cuales:

$$\operatorname{sen} x + 2 = -\operatorname{sen}^2 x + \frac{5}{2} \operatorname{sen} x + \frac{3}{2}$$

29. Resuelve cada ecuación trigonométrica en el intervalo $[0, 2\pi)$

a. $2\cos^2 x + 5 \cos x + 2 = 0$

b. $\operatorname{sen} 2x - \cos x = 0$

c. $(\tan x + \sqrt{3})(\cos x + 2) = 0$

d. $\cos x \operatorname{sen} x - 2 \cos x = 0$

e. $\operatorname{sen}^2 x = 4 - \cos^2 x$

f. $(\tan x + \sqrt{3})(\cos x + 2) = 0$

30. Halle los puntos de intersección entre las siguientes funciones en el intervalo $(0, 2\pi]$:

a. $f(x) = \cos x ; g(x) = \operatorname{sen} x$

b. $f(x) = \operatorname{sen} \left(\frac{x}{2}\right) - \sqrt{3} ; g(x) = -\operatorname{sen} \left(\frac{x}{2}\right)$

Trabajo Práctico 11
Ejercicios Adicionales:

- 1- Encuentre la medida en radianes del ángulo dado en grados:

c. -60°	d. 90°
e. 54°	f. -300°
g. 3960°	h. 202.5°

- 2- Encuentre la medida en grados del ángulo dado en radianes:

a. -2 rad	b. $-3\pi/2 \text{ rad}$
c. 3.4 rad	d. $\pi/10 \text{ rad}$
e. $\pi \text{ rad}$	f. $5\pi/2 \text{ rad}$

- 3- Los brazos de un compás, que miden 12 cm, forman un ángulo de 50° . ¿Cuál es el radio de la circunferencia que puede trazarse con esa abertura?

- 4- Un poste se quiebra. La parte superior se inclina formando con la parte inferior un ángulo de 70° . El extremo superior toca el piso a una distancia de 2, 10 m del pie del poste. Determinar la longitud del poste.

- 5- Determine sin calculadora el valor exacto de la función trigonométrica en el número dado.
 - a. $\text{sen} \frac{2\pi}{3}$
 - b. $\text{cos} \frac{5\pi}{6}$
 - c. $\text{tan} \frac{7\pi}{3}$
 - d. $\text{cot} \frac{5\pi}{4}$
 - e. $\text{sec} \frac{7\pi}{3}$
 - f. $\text{cosec} - \frac{\pi}{2}$

- 6- Verifique las siguientes identidades trigonométricas
 - a) $\frac{1}{\sec x + \tan x} + \frac{1}{\sec x - \tan x} = 2 \sec x$
 - b) $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$
 - c) $\tan x - \tan y = \frac{\text{sen}(x-y)}{\cos x \cos y}$
 - d) $\cos^2 5x - \text{sen}^2 5x = \cos 10x$

- 7- Resuelve cada ecuación trigonométrica en el intervalo $[0, \pi)$
 - a) $2\cos^2 x - 1 = 0$
 - b) $4\cos^2 x - 4\cos x + 1 = 0$

Trabajo Práctico 11

c) $3tg^2x - 1 = 0$

d) $3tgx + 3 = 0$

e) $\cos x = -2^{-1}$

- 8- Grafique las funciones $f(x) = \cos x + 1$ y $g(x) = 2\cos^2 x$; y complete la siguiente tabla:

	$f(x)$	$g(x)$
Dominio:		
Imagen:		
Ordenada al origen		
Intersecciones con el eje x en $[-\pi, \pi]$		