

TRABAJO PRÁCTICO 1. EJERCICIOS ADICIONALES.

1. Elaborar la gráfica de cada una de las siguientes ecuaciones mediante el trazado de puntos y luego mediante una herramienta de graficación. Puede utilizar www.wolframalpha.com

(a) $y = 5 - 2x$

(i) $y = \frac{1}{x+2}$

(p) $y = -\frac{3}{2}x + 6$

(b) $y = (x - 3)^2$

(j) $y^2 = x^3 - 4x$

(q) $y = \frac{x^2+3x}{(3x+1)^2}$

(c) $y = x^2 + 3$

(k) $xy^2 = -10$

(r) $y = \frac{x^2}{x^2+1}$

(d) $y = |x| - 1$

(l) $y = x^3 + x$

(s) $y = \frac{10}{x^2+1}$

(e) $|y| - x = 3$

(m) $y = \sqrt{x+2}$

(t) $y = 2x - \sqrt{x^2+1}$

(f) $x = y^2 - 4$

(n) $y = (x-1)\sqrt{x^2+1}$

(u) $x^2 + 4y^2 = 4$

(g) $y = x^2 - x$

(o) $xy - \sqrt{4-x^2} = 0$

(v) $3x - 4y^2 = 8$

(h) $y = x^3 - 4x$

2. Para cada una de las expresiones del ejercicio 1 encontrar analíticamente todas las intersecciones con los ejes.

3. Para cada una de las expresiones del ejercicio 1 utilizar los criterios de simetría para verificar si existe simetría respecto a cada uno de los ejes y al origen.

4. Para cada par de expresiones dada encontrar analíticamente los puntos de intersección de sus gráficas. Verificar lo hallado gráficamente (puede utilizar una herramienta de graficación).

(a) $3x - 2y = -4$
 $4x + 2y = -10$

(c) $x^2 + y^2 = 25$
 $-3x + y = 15$

(e) $y = x^2$
 $y = 4x - x^2$

(b) $x = 3 - y^2$
 $y = x - 10$

(d) $y = x^3 - 4x$
 $y = -(x+2)$

5. Dibujar cada par de puntos dado y trazar la recta que pasa por ellos. Calcular la pendiente de la misma y escribir su ecuación.

(a) $(1, 1), (-2, 7)$

(b) $(3, -5), (5, -5)$

(c) $(\frac{7}{8}, \frac{3}{4}), (\frac{5}{4}, -\frac{1}{4})$

6. Utilizar el punto y pendiente dados para determinar la ecuación de la recta. Luego trazar la misma.

- (a) $(-2, 2), m = 2$ (b) $(6, 2), m = 0$ (c) $(-4, 3), m = \text{indefinida}$

7. Calcular la pendiente y la intersección en y (siempre que sea posible) de cada recta dada.

- (a) $-x + y = 1$ (b) $6x - 5y = 15$ (c) $y = -1$ (d) $x = 4$

8. Escribir la ecuación de la recta que pase por el punto y sea: (i) paralela a la recta dada, (ii) perpendicular a la recta dada.

Verifique lo hallado utilizando una herramienta de graficación.

- (a) $(-1, 0), y = -3$ (b) $(-3, 2), x + y = 75$ (c) $(4, -5), 3x + 4y = 7$

9. Verifique si los siguientes puntos son colineales, es decir si pertenecen a una misma recta.

- (a) $(-2, 1), (-1, 0), (2, -2)$ (b) $(0, 4), (7, -6), (-5, 11)$

10. Encontrar la ecuación de la recta tangente al círculo en el punto dado. Para ello tenga en cuenta que la misma es perpendicular al radio del círculo en ese punto.

- (a) $x^2 + y^2 = 169$ en el punto $(5, 12)$ (b) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 25$ en el punto $(4, -3)$

11. Encuentre la distancia entre el punto y la recta, o entre el par de rectas paralelas dadas.

- (a) $(2, 3), 4x + 3y = 10$ (b) $(6, 2), x = -1$ (c) $3x - 4y = 1, 3x - 4y = 10$

12. Defina función.

13. Defina rango y dominio de una función.

14. Para cada una de las ecuaciones dadas en el ejercicio 1 determine si y es una función de x o no.

15. Encuentre el rango y el dominio de cada función dada.

(a) $f(x) = x^2 - 5$

(e) $f(t) = \frac{1}{|x^2 - 4|}$

(b) $f(x) = -\sqrt{x + 3}$

(f) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \leq 0 \\ 2x^2 + 2, & x > 0 \end{cases}$

(c) $f(t) = \cot t$

(g) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x + 4}, & x \leq 5 \\ (x - 5)^2, & x > 5 \end{cases}$

(d) $f(t) = \frac{2}{x-1}$

16. Dada $f(x) = x^4 - 3x^2 + 10x - 5$. Escriba una ecuación para cada una de las gráficas que se obtienen a partir de $f(x)$ aplicando las siguientes transformaciones:

- (a) Desplazamiento de 3 unidades hacia arriba.
(b) Desplazamiento de 4 unidades hacia abajo.

(k) $y = \ln |x|$

(n) $y = \frac{x^3+2x^2+x+2}{x-2}$

(l) $y = \frac{x^2-4}{x-2}$

(o) $y = \frac{-x^2+x+2}{x+1}$

(m) $y = \frac{3x+6}{2x+2}$

22. Defina la función compuesta $(f \circ g)$.

23. Dadas $f(x)$ y $g(x)$ encontrar las funciones compuestas $(f \circ g)$ y $(g \circ f)$. ¿Son iguales? ¿Cuál es el dominio de cada función compuesta?

(a) $f(x) = \sqrt{x}, g(x) = x^2 - 1$

(c) $f(x) = \frac{1}{x}, g(x) = \sqrt{x+2}$

(b) $f(x) = x^2 - 1, g(x) = \cos x$

(d) $f(x) = \sin x, g(x) = \pi x$

24. Sabiendo que: $f(x) = 2^x$ y $g(x) = \log_2 x$ son funciones inversas, realizar la composición $(f \circ g)$ y $(g \circ f)$ para verificar si se obtiene la identidad.

25. Determinar si las siguientes funciones son pares, impares o ninguna de las dos.

(a) $f(x) = x^2(4 - x^2)$

(c) $f(x) = x \cos x$

(b) $f(x) = \sqrt[3]{x}$

(d) $f(x) = \sin^2 x$

26. Sabiendo que $\cosh x = \frac{(e^x+e^{-x})}{2}$ y $\sinh x = \frac{(e^x-e^{-x})}{2}$, demuestre que:

(a) $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

(b) $1 - \tanh^2 x = \operatorname{sech}^2 x$

(c) $\sinh(-x) = -\sinh x$ (aplique los conceptos vistos en estudio de simetría y paridad)

(d) $\cosh(-x) = \cosh x$

(e) $\cosh x + \sinh x = e^x$

(f) $\cosh x - \sinh x = e^{-x}$

(g) $\sinh(x+y) = \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y$

27. Si $\cosh x = 5/3$ y $x > 0$, calcule los valores de las otras funciones hiperbólicas en x .

28. Si $\tanh x = 12/13$, calcule los valores de las otras funciones hiperbólicas en x .