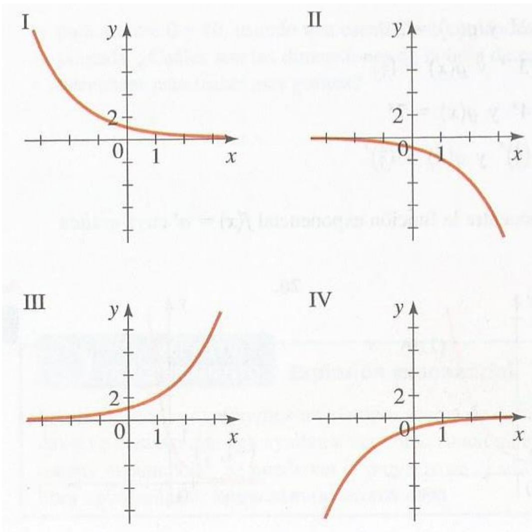
INGRESO 2019

MATEMÁTICA

Trabajo Práctico Nº5

1. La función $f(x) = 5^x$ es una función exponencial con base ………………… Evalúe la función en los siguientes casos:
   a. $f(-2) =$
   b. $f(0) =$
   c. $f(2) =$
   d. $f(6) =$

2. Relacione cada función exponencial con su gráfica.
   a. $f(x) = 2^x$
   b. $f(x) = 2^{-x}$
   c. $f(x) = -2^x$
   d. $f(x) = -2^{-x}$

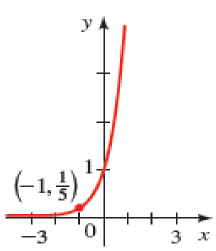


3. Trace la gráfica de la función haciendo una tabla de valores. Use calculadora si es necesario.
   a. $f(x) = 2^x$
   b. $h(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
   c. $g(x) = \log_5(-x)$

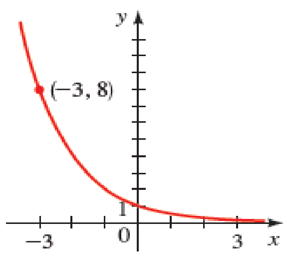
4. Grafique ambas funciones en un conjunto de ejes.
   a. $f(x) = 2^x \quad y \quad g(x) = 2^{-x}$
   b. $f(x) = 4^x \quad y \quad g(x) = 7^x$

5. Encuentre la función exponencial $f(x) = a^x$ cuya gráfica nos dan.

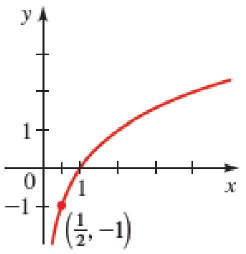
a.



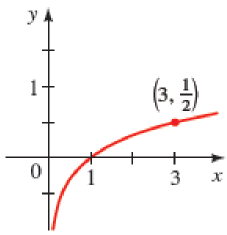
b.



c.



d.



6. Grafique la función, no localizando puntos sino empezando desde las gráficas modelos. (Gráficas de función logarítmica y exponencial).
   - *a.* $f(x) = -3^x$
   - *b.* $g(x) = 2^x - 3$
   - *c.* $h(x) = 4 + \left(\frac{1}{2}\right)^x$
   - *d.* $f(x) = \log_2(x-4)$
   - *e.* $g(x) = 2 + \log_3 x$
   - *f.* $h(x) = 1 - \log_{10} x$

7. Encuentre las funciones $f \circ g$ y $g \circ f$; y determine sus dominios.
   - *a.* $f(x) = 2^x$, $g(x) = x + 1$
   - *b.* $f(x) = \log_2 x$, $g(x) = x - 2$

8. Complete según la definición de logaritmos:
   - *a.* $5^3 = 125$, entonces $\log_{\square} \square = \ldots\ldots\ldots$
   - *b.* $log_5 25 = 2$, entonces $\square^{\square} = \ldots\ldots\ldots$

9. Complete los espacios en blanco

Fórmula logarítmica	**Forma exponencial**	**Forma logarítmica**	**Forma exponencial**
$\log_8 8 = 1$			$4^3 = 64$
$\log_8 64 = 2$		$\log_4 2 = \frac{1}{2}$	
	$8^{2/3} = 4$		$4^{3/2} = 8$

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INGRESO 2019
MATEMÁTICA
Trabajo Práctico Nº5

	$8^3 = 512$	$\log_4\left(\frac{1}{16}\right) = -2$	
$\log_8\left(\frac{1}{8}\right) = -1$		$\log_4\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$	
	$8^{-2} = \frac{1}{64}$		$4^{-5/2} = \frac{1}{32}$

10.Resuelva las siguientes expresiones

a. $\log_3 \frac{1}{27} =$

b. $2^{\log_2 37} =$

c. $\log_4 \sqrt{2} =$

d. $\log_8 0.25 =$

e. $\log_{10} \sqrt{10} =$

f. $\log_{49} 7 =$

g. $\log_5 0.2 =$

h. $\log_9 \sqrt{3} =$

i. $ln \frac{1}{e} =$

11. Resuelva las siguientes operaciones

a. $\log_3 100 - \log_3 18 - \log_3 50$

b. $\log(\log 10^{10000}) =$

c. $\log \frac{1}{\sqrt{1000}} =$

d. $ln\left(ln\, e^{e^{200}}\right) =$

12.Use la Ley de Logaritmos para expandir las expresiones

a. $\log_3(5y)$

b. $\log_2\big(x(x-1)\big)$

c. $\log_6 \sqrt[4]{17}$

d. $\log_5 \sqrt[3]{x^2 + 1}$

e. $\ln \sqrt{ab}$

f. $\ln \sqrt[3]{3r^2 s}$

g. $\log_2\left(\frac{x(x^2+1)}{\sqrt{x^2-1}}\right)$

h. $\log \sqrt{\frac{x^2+4}{(x^2+1)(x^3+7)^2}}$

i. $\log \sqrt{x\sqrt{y\sqrt{z}}}$

13.Use las Leyes de Logaritmos para combinar cada expresión

a. $\log_2 A + \log_2 B + 2\log_2 C$

b. $4\log x - \frac{1}{3}\log(x^2+1) + 2\log(x-1)$

c. $\ln 5 + 2\ln x + 3\ln(x^{2+5})$

d. $2(\log_5 x + 2\log_5 y - 3\log_5 z)$

e. $\frac{1}{3}\log(x+2)^3 + \frac{1}{2}[\log x^4 - \log(x^2-x-6)^2]$

f. $\log_a b + c\log_a d - r\log_a s$

14. Use la regla para cambio de base y calculadora para resolver (redondear a seis lugares decimales)

   a. $\log_2 5$=

   b. $\log_5 2$=

   c. $\log_3 16$=

   d. $\log_6 92$=

   e. $\log_7 2.61$=

   f. $\log_6 532$=

   g. $\log_4 125$=

   h. $\log_{12} 2.5$=

15. Encuentre la solución de la ecuación exponencial, redondeando a cuatro lugares decimales

   a. $10^{-x} = 4$

   b. $3^{2x-1} = 5$

   c. $2e^{12x} = 17$

   d. $4 + 3^{5x} = 8$

   e. $3^{x/14} = 0.1$

   f. $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 75$

   g. $\frac{50}{1+e^{-x}} = 4$

   h. $\frac{10}{1+e^{-x}} = 2$

   i. $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$

   j. $x^2 10^x - x10^x = 2(10^x)$

16. De la ecuación logarítmica despeje x, y exprese el conjunto solución.

   a. $\ln(2 + x) = 1$

   b. $\log(3x + 5) = 2$

   c. $\log_2(x^2 - x - 2) = 2$

   d. $\log_2 3 + \log_2 x = \log_2 5 + \log_2(x - 2)$

   e. $\log_5 x + \log_5(x + 1) = \log_5 20$

   f. $\log_5(x + 1) - \log_5(x - 1) = 2$

   g. $\log x + \log(x - 3) = 1$

h. $\log_2(\log_3 x) = 4$

i. $3 \leq \log_2 x \leq 4$

j. $\log(x-2) + \log(9-x) < 1$

17. Resuelva las siguientes ecuaciones.

a) $log_6(x+1) + log_6 x = 1$

b) $log_3 x + log_3(3x) - log_3 3 = 4$

c) $\ln(x-2) + \ln(x+2) = \ln 3 + \ln x$

d) $2^{x+2} + 2^{x+1} + 2^x = \frac{7}{2}$

e) $4^{3x-1} = 1024$

f) $\left(\frac{1}{2^x}\right)^2 . (2^x)^3 = 512.16^x$

g) $log_2(x^2 - 2x - 16) = 3$

h) $log_{25}(x^2) - log_{25}(25 - 4x) = 0.5$

Modelado con funciones exponenciales y logarítmicas

18. El número de bacterias en un cultivo se modela mediante la función

$$n_t = 500\, e^{-0{,}45t}$$

donde *t* se mide en horas

a. ¿Cuál es el número inicial de bacterias?

b. ¿Cuántas bacterias están en el cultivo después de tres horas?

c. ¿Después de cuántas horas la cantidad de bacterias llega a 10000?

19. En una fiesta se sirve un tazón de sopa caliente. Comienza a enfriarse según la ley de enfriamiento de Newton, de modo que su temperatura en el instante *t* se determina mediante

$$T_t = 65 + 145\, e^{-0{,}05t}$$

donde *t* se mide en minutos y *T* se mide en *°F*.

a. ¿Cuál es la temperatura inicial de la sopa?

b. ¿Cuál es la temperatura después de diez minutos?

c. ¿Después de cuánto tiempo la temperatura será de 100*°F*?

20. Un lago pequeño contiene cierta especie de pez. La población de peces se modela mediante la función

$$P = \frac{10}{1 + 4\, e^{-0{,}8t}}$$

donde *P* es el número de peces en miles y *t* se mide en años desde que se aprovisionó el lago.

a. Encuentre la población de peces después de tres años.

b. ¿Después de cuántos años la población de peces llegará a cinco mil?

21. Los médicos emplean el yodo radiactivo como trazador para diagnosticar ciertos trastornos de la glándula tiroides. Este tipo de yodo, se desintegra de tal manera que la masa restante después de t días se determina mediante la función

$$m_t = 6\,e^{-0{,}087t}$$

donde *m*(*t*) se mide en gramos y t es días.

a. Encuentre la masa inicial de yodo.

b. ¿Cuánta masa queda después de veinte días?

c. ¿Cuántos días habrán transcurridos si se sabe que queda una masa de *0,57g*?

22. Un paracaidista salta desde una altura razonable al suelo. La resistencia del aire que experimenta es proporcional a su velocidad, y la constante de proporcionalidad es de 0,2. Se puede demostrar que la velocidad de descenso de paracaidista se expresa como

$$v(t) = 80(\,1 - e^{-0{,}2t})$$

donde *t* se mide en segundos y *v(t)* se mide en pies por segundo

a. Encuentre la velocidad inicial del paracaidista.

b. Calcule la velocidad después de cinco segundos y después de diez segundos.

c. Halle el tiempo que transcurre hasta que alcanza una velocidad de 77 pies/seg.

23. Marque con una cruz la respuesta correcta en el casillero de la izquierda correspondiente a la opción. **JUSTIFICADA LA ELECCIÓN.**

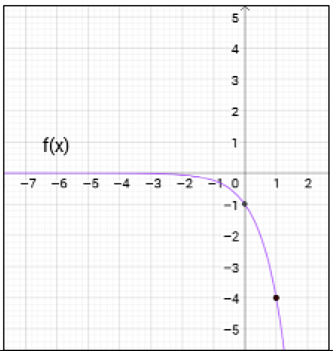
a. La solución, aproximada a los milésimos, de la ecuación $3^{2(x-1)} = 7^2$, es:

	$x = 0.771$		$x = 2.771$		$x = 1.736$		$x = -0.736$		Ninguna de las anteriores

b. A partir de las propiedades de logaritmo, la expresión FALSA es*:*

	$\log 1 = 0$		$\log(a.b) = \log a + \log b$		$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\log a}{log b}$		$b\,.\log a = \log a^b$

c. La siguiente gráfica representa una función f , tal que su expresión algebraica es:



	$f(x) = e^x$		$f(x) = -4^x$		$f(x) = log_4 x$		$f(x) = 4^{-x}$		Ninguna de las anteriores

d.La función logarítmica $\boldsymbol{y = 3 \cdot log(4x + 16)}$ *tiene por dominio el intervalo:*

	$(-4\ , 4)$		$[-4, \infty)$		$[-\infty, 4)$		$(0, \infty)$		Ninguna de las anteriores

e. La expresión $\boldsymbol{log\ (a^3 + b^3)}$ *es equivalente a:*

	$\log a^3 . b^3$		$3 \log(a + b)$		$\log a^3 . log b^3$		$\log(a + b)^3$		Ninguna de las anteriores

INGRESO 2019
MATEMÁTICA
Trabajo Práctico Nº5

23.

Ejercicios adicionales propuestos

1. Trace la gráfica de $y = 4^x$ y, a continuación, úsela para trazar la gráfica de $y = \log_4 x$.

2. Trace la gráfica de $y = 3^x$ y, a continuación, úsela para trazar la gráfica de $y = \log_3 x$.

3. Trace la gráfica de la función. Exprese el dominio, rango y asíntota.
   a. $f(x) = 2^{-x+1}$
   b. $g(x) = 3 + 2^x$
   c. $f(x) = \log_3(x-1)$
   d. $f(x) = 2 - \log_2(x)$
   e. $F(x) = e^x - 1$
   f. $g(x) = 2\ln x$

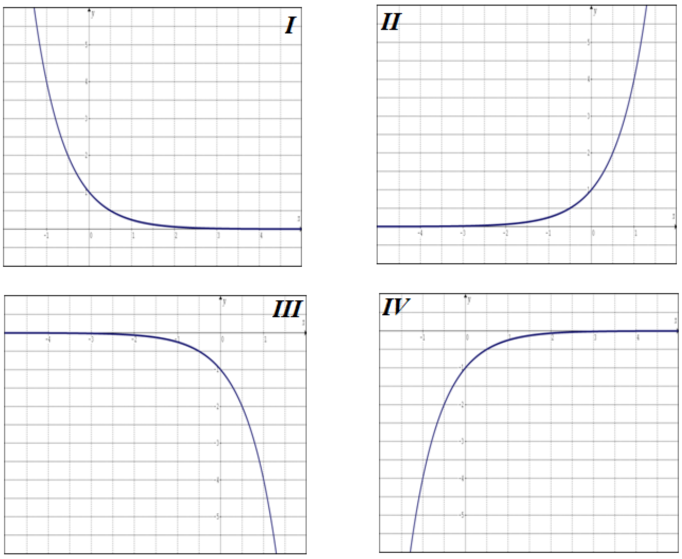
4. Relacione cada función exponencial con su gráfica.

$y = 4^x$

$y = 4^{-x}$

$y = -4^x$

$y = -4^{-x}$



5. Evalúe la expresión sin usar calculadora.
   a. $\log_2 128$
   b. $10^{\log 45}$
   c. $\ln e^6$
   d. $\log_3 \frac{1}{27}$
   e. $\log_5 \sqrt{5}$

f. $\log 25 + \log 4$

g. $\log_2 16^{23}$

h. $\log_8 6 - \log_8 3 + \log_8 2$

6. Expanda la expresión logarítmica.

a. $\log(AB^2C^3)$

b. $\ln\sqrt{\frac{X^2-1}{X^2+1}}$

c. $\log_5\left(\frac{X^2(1-5X)^{3/2}}{\sqrt{X^3-X}}\right)$

7. Combine en un solo logaritmo.

a. $\log 6 + 4\log 2$

b. $\frac{3}{2}\log_2(x-y) - 2\log_2(x^2+y^2)$

c. $\log(\mathrm{x}-2) + \log(x+2) - \frac{1}{2}\log(x^2+4)$

8. Resuelva la ecuación. Encuentre la solución exacta, si es posible; de otro modo, use calculadora para aproximar a dos decimales.

a. $3^{2x-7} = 27$

b. $2^{3x-5} = 7$

c. $4^{1-x} = 3^{2x+5}$

d. $x^2e^{2x} + 2xe^{2x} = 8e^{2x}$

e. $\log_2(1-x) = 4$

f. $\log x + \log(x+1) = \log 12$

g. $\log_8(x+5) - \log_8(x-2) = 1$

h. $\ln(2x-3) + 1 = 0$