

Trabajo Práctico 5b

Integración numérica

Introducción:

La integración numérica o “cuadratura”, se basa en la interpolación de funciones mediante polinomios. Si las funciones a integrar son suaves, la integración numérica es muy efectiva. Los métodos se pueden clasificar en dos grandes grupos: las reglas de Newton-Cotes y las reglas de Gauss. En las reglas de Newton-Cotes, los nodos se consideran equiespaciados y se determinan los pesos según el orden del polinomio interpolante. En las reglas de Gauss, la posición de los nodos se determina en conjunto con los pesos de manera que la integración sea lo más exacta posible. En este trabajo práctico se propone resolver integrales utilizando ambos tipos de cuadratura.

Objetivos del trabajo práctico:

1. Entender los procesos involucrados en los algoritmos de cuadratura.
2. Desarrollar habilidades de programación.

Referencias:

- Capítulo 6 de Kiusalaas J., “Numerical Methods in Engineering with MATLAB”, Cambridge University Press, 2005.
- Capítulos 7 de Mathews J., Fink K., “Métodos Numéricos con MATLAB”, Prentice Hall, 2000.
- Capítulos 21 y 22 de Chapra S., Canale. R., “Métodos Numéricos para Ingenieros”, McGraw-Hill, 1999.
- Eaton J., Bateman D., Hauberg S., Wehbring R., “GNU Octave – Free your numbers”, 4 Ed, Free Software Foundation, 2016. <https://www.gnu.org/software/octave/octave.pdf>

Actividades:

Ejercicio 1

Encuentre la fórmula de Simpson $\frac{1}{3}$ a partir de las fórmulas de Newton-Cotes.

Ejercicio 2

Encuentre la fórmula de Simpson $\frac{3}{8}$ a partir de las fórmulas de Newton-Cotes.

Ejercicio 3

Evalúe la integral $\int_1^6 2 + \text{sen}(2\sqrt{x}) dx$ con la regla de trapecios compuesta y 11 nodos.

Ejercicio 4

Evalúe la integral del ejercicio 3 con la regla de $\frac{1}{3}$ Simpson compuesta y 11 nodos.

Ejercicio 5

Evalúe la siguiente integral utilizando la regla de trapecios compuesta y un error de 0,01.

$$\int_0^{0,8} (0,2 + 25x - 200x^2 + 675x^3 - 900x^4 + 400x^5) dx$$

Ejercicio 6

Determine la longitud de las siguientes curvas: $L = \int_a^b \sqrt{1+(f'(x))^2} dx$

a) $f(x)=x^3$ para x en $[0,1]$

b) $f(x)=\text{sen}(x)$ para x en $[0,\pi/4]$

c) $f(x)=e^{-x}$ para x en $[0,1]$

Ejercicio 7

Evalúe la integral entre $x=1,5$ y $x=3$ de la función $f(x)$ dada por la siguiente tabla:

| | | | | | | |
|------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|
| x | 1,2 | 1,7 | 2,0 | 2,4 | 2,9 | 3,3 |
| f(x) | -0.36236 | 0.12884 | 0.41615 | 0.73739 | 0.97096 | 0.98748 |

Ejercicio 8

Utilizando Gauss-Legendre evalúe $\int_1^{\pi} \frac{\ln x}{x^2 - 2x + 2} dx$ con a) 2 nodos y b) 4 nodos.

Ejercicio 9

Escriba un programa en Octave para resolver el ejercicio 3 con 10,20,40,80 y 160 paneles

Ejercicio 10

Utilice el programa de Octave y evalúe la siguiente integral con un error relativo máximo de $1E-3$.

$$\int_{0,8}^1 \frac{\log(1-x)}{\sqrt{1-x^2}} dx$$