

# Trabajo Práctico 6

## Diferenciación numérica

### Introducción:

La evaluación de derivadas es fundamental para el cálculo numérico. Algunos ejemplos donde se requiere evaluar la derivada: el algoritmo de Newton-Raphson para la búsqueda de raíces, la interpolación mediante polinomios de Hermite, la solución de sistemas de ecuaciones no lineales, la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales.

El problema de la diferenciación numérica trata con la búsqueda de derivadas de una función  $f(x)$ , la cual puede presentarse como una serie de valores numéricos o un como un algoritmo capaz de evaluar la función para un argumento dado.

### Objetivos del trabajo práctico:

1. Entender los procesos involucrados en los algoritmos de diferencias finitas.
2. Desarrollar habilidades de programación.

### Referencias:

- Capítulo 3 de Anderson et al, "Computational Fluid Dynamics and Heat transfer", Taylor and Francis, 2da Ed 1997.
- Capítulo 5 de Kiusalaas J., "Numerical Methods in Engineering with MATLAB", Cambridge University Press, 2005.
- Capítulos 6 de Mathews J., Fink K., "Métodos Numéricos con MATLAB", Prentice Hall, 2000.
- Capítulos 23 de Chapra S., Canale. R., "Métodos Numéricos para Ingenieros", McGraw-Hill, 1999.
- Eaton J., Bateman D., Hauberg S., Wehbring R., "GNU Octave – Free your numbers", 4 Ed, Free Software Foundation, 2016. <https://www.gnu.org/software/octave/octave.pdf>

### Actividades:

#### Ejercicio 1

Encuentre una fórmula para la derivada de primer orden, con un error de  $O(\Delta x^3)$ .

#### Ejercicio 2

Encuentre una fórmula para una derivada de primer orden, con un error de  $O(\Delta x^4)$ .

#### Ejercicio 3

Encuentre la fórmula para la derivada de segundo orden, con un error de  $O(\Delta x^2)$ , que utilice los puntos  $x_0, x_1, x_2, x_3$ .

#### Ejercicio 4

Encuentre la fórmula para la derivada de segundo orden, con un error de  $O(\Delta x^2)$ , que utilice los puntos  $x_0, x_{-1}, x_{-2}, x_{-3}$ .

### Ejercicio 5

Dados la siguiente tabla de valores

x	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4
f(x)	0,0000	0,0819	0,1341	0,1646	0,1797

Determine las siguientes derivadas con fórmulas de orden  $O(\Delta x^2)$ :

- La derivada de primer orden en  $x=0,2$ .
- La derivada de primer orden en  $x=0,0$ .
- La derivada de primer orden en  $x=0,4$ .
- La derivada de segundo orden en  $x=0,2$ .
- La derivada de segundo orden en  $x=0,0$ .
- La derivada de segundo orden en  $x=0,4$ .
- Obtenga el valor más preciso posible en  $x=0,2$ .

### Ejercicio 6

Dada la siguiente ecuación:

$$f(\beta) = (180 - 100 \cos \alpha - 120 \cos \beta)^2 + (100 \sin \alpha + 120 \sin \beta)^2 - 150^2$$

- Encuentre las raíces  $\beta$  dentro del intervalo  $[-5,5]$ , para los siguientes valores de  $\alpha$ : 0, 15 y 30 grados.
- Determine la derivada de la función dentro del intervalo  $[-5,5]$ , con un paso  $h=0,25$  y un esquema de orden  $O(h^2)$ .
- Determine numéricamente los puntos críticos de la función.

### Ejercicio 7

Se registró que el precio y la demanda de un producto varía según la siguiente tabla.

Precio [ \$ ]	10	15	20	22	24
Demanda [ unidades ]	235	221	185	181	173

- Determine la derivada primera de la demanda para \$15.
- Derive analíticamente el polinomio encontrado en el ejercicio 6 del trabajo práctico 5 y evalúe la derivada primera para \$15.
- Compare los resultados obtenidos en a) y b)