Trabajo Práctico 8

Problema de valores propios

Introducción:
Existe una gran diversidad de métodos para resolver el problema de autovalores. Los métodos aprovechan las propiedades de la matriz para reducir la cantidad de cálculos involucrados. Uno de los métodos para matrices generales es el método de la potencia y su versión inversa. Este método permite determinar rápidamente el mayor y menor autovalor de una matriz como también los autovectores asociados. A su vez, realizando una deflación, se pueden obtener algunos de los demás autovalores.

Objetivos del trabajo práctico:

1. Entender los procesos involucrados en los algoritmos de solución del problema de autovalores.
2. Desarrollar habilidades de programación.

Referencias:

- Capítulo 11 de Mathews J., Fink K.,"Métodos Numéricos con MATLAB", Prentice Hall, 2000.
- Eaton J., Bateman D., Hauberg S., Wehbring R.,"GNU Octave – Free your numbers", 4 Ed, Free Software Foundation, 2016. https://www.gnu.org/software/octave/octave.pdf

Actividades:

Ejercicio 1

Encuentre el máximo y mínimo autovalor de las siguientes matrices con una tolerancia de 0,01.

a) $A=\begin{bmatrix} 100 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ b) $A=\begin{bmatrix} 10 & -1 \\ -1 & 45 \end{bmatrix}$ c) $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

Compare la cantidad de iteraciones necesarias en los tres casos.

Ejercicio 2

Encuentre los tres autovalores de las siguientes matrices con una tolerancia de 0,01.

a) $A=\begin{bmatrix} 100 & -1 & 5 \\ 0 & 10 & 4 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ b) $A=\begin{bmatrix} 100 & -1 & 4 \\ 5 & 45 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ c) $A=\begin{bmatrix} 100 & 2 & -1 \\ 2 & 25 & 5 \\ -1 & 5 & 2 \end{bmatrix}$

Compare la cantidad de iteraciones necesarias en los tres casos.

Ejercicio 3

Encuentre el mayor y menor autovalor del siguiente sistema

$$\left(\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\right) \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$