

**Trabajo Práctico 8**

1. Determine cuáles de los siguientes puntos están en el círculo unitario, cuáles pertenecen a la circunferencia unitaria y cuáles se hallan fuera del círculo unitario.

a.  $\left(-\frac{5}{7}, -\frac{2\sqrt{6}}{7}\right)$

b.  $\left(-\frac{5}{8}, \frac{3}{8}\right)$

c.  $\left(-\frac{5}{13}, \frac{12}{13}\right)$

d.  $\left(\frac{5}{7}, -\frac{6}{7}\right)$

e.  $\left(\frac{5}{6}, \frac{\sqrt{11}}{6}\right)$

2. Determine la coordenada faltante de  $P$ , si se sabe que  $P$  es un punto de la circunferencia unitaria ubicado en el cuadrante indicado.

Coordenadas	Cuadrante
$\left(x_1, \frac{1}{3}\right)$	II
$\left(\frac{2}{5}, y_2\right)$	I
$\left(-\frac{3}{7}, y_3\right)$	III
$\left(x_4, -\frac{5}{8}\right)$	IV
$\left(x_5, \frac{2}{9}\right)$	II

3. Suponga que el punto definido por  $t$  es el punto  $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$  de la circunferencia unitario. Encuentre las coordenadas del punto sobre la circunferencia definido por cada uno de los siguientes valores:

a.  $\pi - t$

b.  $-t$

c.  $\pi + t$

d.  $t - \pi$

4. Calcule el número de referencia para cada valor de  $t$ .

a.  $t = \frac{5}{4}\pi$

b.  $t = \frac{7}{3}\pi$

**Trabajo Práctico 8**

c.  $t = -\frac{4}{3}\pi$

d.  $t = \frac{\pi}{6}$

5. Determine sin calculadora el valor exacto de la función trigonométrica en el número dado.

a.  $\text{sen } \frac{2\pi}{3}$

b.  $\text{cos } \frac{5\pi}{6}$

c.  $\text{tan } \frac{7\pi}{3}$

d.  $\text{cot } \frac{5\pi}{4}$

e.  $\text{sec } \frac{7\pi}{3}$

f.  $\text{cosec } -\frac{\pi}{2}$

6. Complete la siguiente tabla:

Medida sexagesimal	0°	30°			90°		135°	150°		240°	270°		360°
Medida radial	0		$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$		$\frac{2}{3}\pi$			$\pi$			$\frac{5}{3}\pi$	

7. Sabiendo que  $\text{sen } \frac{\pi}{6} = 1/2$ , encontrar el valor exacto de  $\text{cos } \pi/6$ . Con estos dos datos calcular en forma exacta el valor del seno, del coseno y de la tangente de

$$\alpha = \frac{5}{6}\pi, \quad \beta = -\frac{7}{6}\pi, \quad \theta = -\frac{13}{6}\pi$$

8. Encuentre los valores de las cinco funciones trigonométricas de  $\theta$  restantes a partir de la información dada.

a.  $\text{sen } \theta = \frac{3}{5}$ ,  $\theta$  en el cuadrante II

b.  $\text{sen } \theta = -\frac{1}{4}$ ,  $\text{sec } \theta < 0$

c.  $\text{sec } \theta = 3$ ,  $\theta$  en el cuadrante IV

d.  $\text{tan } \theta = -\frac{3}{4}$ ,  $\theta$  en el cuadrante II

e.  $\text{cot } \theta = -\frac{1}{4}$ ,  $\text{csc } \theta > 0$

9. Determine si la función es par, impar o ninguna de las dos. Determine los ceros y la ordenada al origen.

a.  $f(x) = x^2 \text{sen } x$

b.  $f(x) = \text{sen } x \text{cos } x$

c.  $f(x) = |x| \text{cos } x$

**Trabajo Práctico 8**

d.  $f(x) = x \operatorname{sen}^3 x$

10. Determine la amplitud, periodo y desplazamiento de fase de la función, y grafique un periodo completo.

a.  $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

b.  $y = 5 \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$

c.  $y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

d.  $y = \operatorname{sen}(\pi + 3x)$

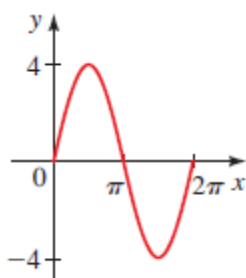
11. Se proporciona la gráfica de una curva seno o coseno.

a. Calcule la amplitud, período y desplazamiento de fase.

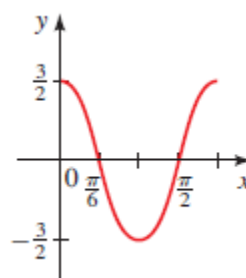
b. Escriba una ecuación que represente la curva en la forma:

$$y = a \cdot \operatorname{sen}(k \cdot (x - b)), \text{ o bien } y = a \cdot \cos(k \cdot (x - b))$$

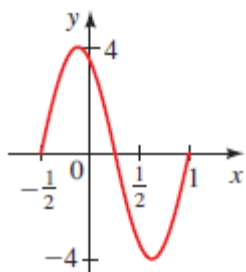
I.



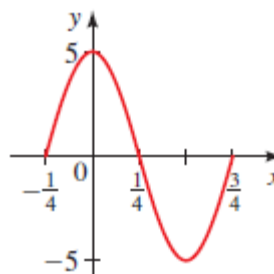
II



III



IV



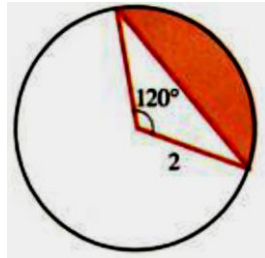
12. Un ángulo central  $\theta$  en un círculo de radio 5m es subtendido por un arco de longitud 6m. Encuentre la medida de  $\theta$  en radianes y en grados.

13. Un arco de 100m de longitud subtiende un ángulo central  $\theta$  en un círculo de 50m de radio. Encuentre la medida de  $\theta$  en grados y en radianes.

**Trabajo Práctico 8**

14. Determinar el radio del círculo si un arco de 6m de longitud en el círculo, subtende un ángulo central de  $\frac{\pi}{6}$  radianes.

15. Encuentre el área de la región sombreada en la siguiente figura.



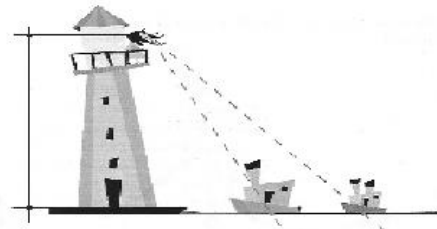
16. El perímetro de una circunferencia es de 30 cm. Si A y B son los puntos extremos de un arco de dicha circunferencia correspondiente a un ángulo central de  $120^\circ$ , calcular el área y el perímetro del triángulo AOB determinado por los puntos A, B y el centro O de la circunferencia.

17. Una escalera de 6m se apoya sobre un edificio de modo que el ángulo entre el suelo y la escalera es de  $72^\circ$ . ¿A qué altura llega la escalera sobre el edificio?

18. Un árbol de 29,25m proyecta una sombra de 36,6m de largo. ¿Cuál es el ángulo de elevación del sol?

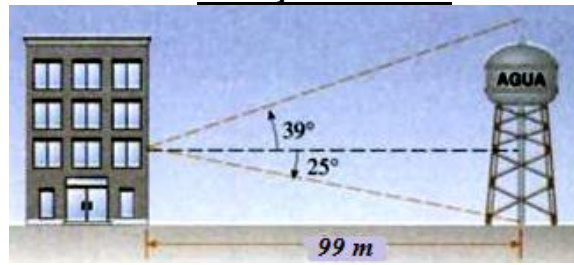
19. Desde lo alto de un faro de 20 m de altura, una persona ve acercarse dos barcos. Para ver uno de ellos el ángulo de depresión es de  $45^\circ$  y para el otro de  $60^\circ$ . Determinar:

- La distancia desde el faro al primer barco.
- La distancia entre el observador y el segundo barco.
- La distancia, entre ambos barcos.

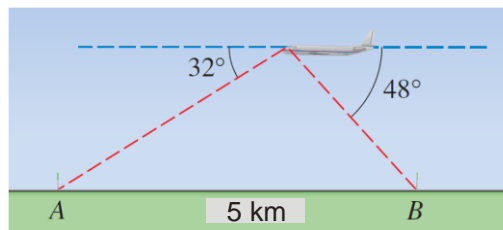


20. Una torre de agua se localiza a 99m de un edificio. Desde una ventana en el edificio, un observador nota que el ángulo de elevación de la parte superior de la torre es de  $39^\circ$  y que el ángulo de depresión respecto a la base de la torre es de  $25^\circ$ . ¿Qué tan alta es la torre? ¿A qué altura está la ventana?

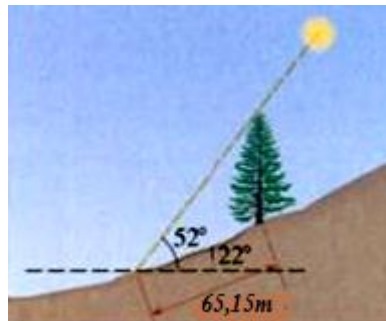
**Trabajo Práctico 8**



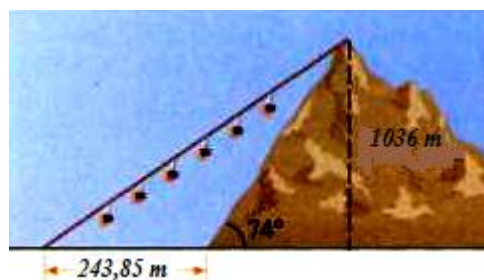
21. Un piloto vuela sobre una ruta recta. Determina los ángulos de depresión hasta dos postes de medición de kilometraje apartados 5km, como  $32^\circ$  y  $48^\circ$ , según se ilustra en la figura. Encontrar la distancia del avión al punto A y la elevación del avión



22. Un árbol en una ladera proyecta una sombra de 65,15m colina abajo. Si el ángulo de inclinación de la ladera es  $22^\circ$  respecto a la horizontal y el ángulo de elevación del sol es de  $52^\circ$ , encuentre la altura del árbol.



23. Una montaña pronunciada tiene una inclinación de  $74^\circ$  respecto de la horizontal y se eleva 1036 m sobre la llanura circundante. Se va a instalar un teleférico desde un punto a 243,85 m de la base hasta la cima de la montaña, como se ilustra. Encuentre la longitud más corta del cable necesario.



**Trabajo Práctico 8**

24. Verifique las siguientes identidades trigonométricas

a.  $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2 \sin x \cos x$

b.  $\frac{\sec x \cot x}{\csc x} = 1$

c.  $\frac{\csc x - \cot x}{\sec x - 1} = \cot x$

d.  $\csc x [\csc x - \sin x] = \cot^2 x$

e.  $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \sin^2 x$

f.  $\cos(-x) \cos(-x) + \sin(-x) = -\csc x$

g.  $\sin 8x = 2 \sin 4x \cos 4x$

h.  $\frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \sin 2x$

i.  $\frac{2(\tan x - \cot x)}{\tan^2 x - \cot^2 x} = \sin 2x$

j.  $\cot 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{2 \tan x}$

25. Calcule el valor exacto de la expresión, si está definida.

a.  $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{4}\right) =$

b.  $\tan(\tan^{-1} 5) =$

c.  $\cos^{-1}\left(\cos\frac{\pi}{3}\right) =$

d.  $\tan\left(\sin^{-1}\frac{1}{2}\right) =$

26. Grafique las funciones  $y = \sin x$ , e  $y = \sin^{-1} x$ . Especifique el dominio de cada función.

27. Grafique las funciones  $f(x) = 2 \sin x$  y  $g(x) = \sin^2 x$ ; y complete la siguiente tabla:

	$f(x)$	$g(x)$
Dominio:		
Imagen:		
Ordenada al origen		

**Trabajo Práctico 8**

Intersecciones con el eje x en $\left[-\pi, \frac{\pi}{2}\right]$		
--	--	--

28. Encuentre todos los valores de  $x \in [0, 2\pi)$  para los cuales:

$$\operatorname{sen} x + 2 = -\operatorname{sen}^2 x + \frac{5}{2} \operatorname{sen} x + \frac{3}{2}$$

29. Resuelve cada ecuación trigonométrica en el intervalo  $[0, 2\pi)$

a.  $2\cos^2 x + 5 \cos x + 2 = 0$

b.  $\operatorname{sen} 2x - \cos x = 0$

c.  $(\tan x + \sqrt{3})(\cos x + 2) = 0$

d.  $\cos x \operatorname{sen} x - 2 \cos x = 0$

e.  $\operatorname{sen}^2 x = 4 - \cos^2 x$

f.  $(\tan x + \sqrt{3})(\cos x + 2) = 0$

30. Halle los puntos de intersección entre las siguientes funciones en el intervalo  $(0, 2\pi]$ :

a.  $f(x) = \cos x ; g(x) = \operatorname{sen} x$

b.  $f(x) = \operatorname{sen} \left(\frac{x}{2}\right) - \sqrt{3} ; g(x) = -\operatorname{sen} \left(\frac{x}{2}\right)$

**Trabajo Práctico 8**  
**Ejercicios Adicionales:**

- 1- Encuentre la medida en radianes del ángulo dado en grados:
 

c. $-60^\circ$	d. $90^\circ$
e. $54^\circ$	f. $-300^\circ$
g. $3960^\circ$	h. $202.5^\circ$
  
- 2- Encuentre la medida en grados del ángulo dado en radianes:
 

a. $-2 \text{ rad}$	b. $-3\pi/2 \text{ rad}$
c. $3.4 \text{ rad}$	d. $\pi/10 \text{ rad}$
e. $\pi \text{ rad}$	f. $5\pi/2 \text{ rad}$
  
- 3- Los brazos de un compás, que miden 12 cm, forman un ángulo de  $50^\circ$ . ¿Cuál es el radio de la circunferencia que puede trazarse con esa abertura?
  
- 4- Un poste se quiebra. La parte superior se inclina formando con la parte inferior un ángulo de  $70^\circ$ . El extremo superior toca el piso a una distancia de 2,10 m del pie del poste. Determinar la longitud del poste.
  
- 5- Determine sin calculadora el valor exacto de la función trigonométrica en el número dado.
  - a.  $\text{sen} \frac{2\pi}{3}$
  - b.  $\text{cos} \frac{5\pi}{6}$
  - c.  $\text{tan} \frac{7\pi}{3}$
  - d.  $\text{cot} \frac{5\pi}{4}$
  - e.  $\text{sec} \frac{7\pi}{3}$
  - f.  $\text{cosec} - \frac{\pi}{2}$
  
- 6- Verifique las siguientes identidades trigonométricas
  - a)  $\frac{1}{\sec x + \tan x} + \frac{1}{\sec x - \tan x} = 2 \sec x$
  - b)  $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \text{sen}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$
  - c)  $\tan x - \tan y = \frac{\text{sen}(x-y)}{\cos x \cos y}$
  - d)  $\cos^2 5x - \text{sen}^2 5x = \cos 10x$
  
- 7- Resuelve cada ecuación trigonométrica en el intervalo  $[0, \pi)$ 
  - a)  $2\cos^2 x - 1 = 0$
  - b)  $4\cos^2 x - 4\cos x + 1 = 0$



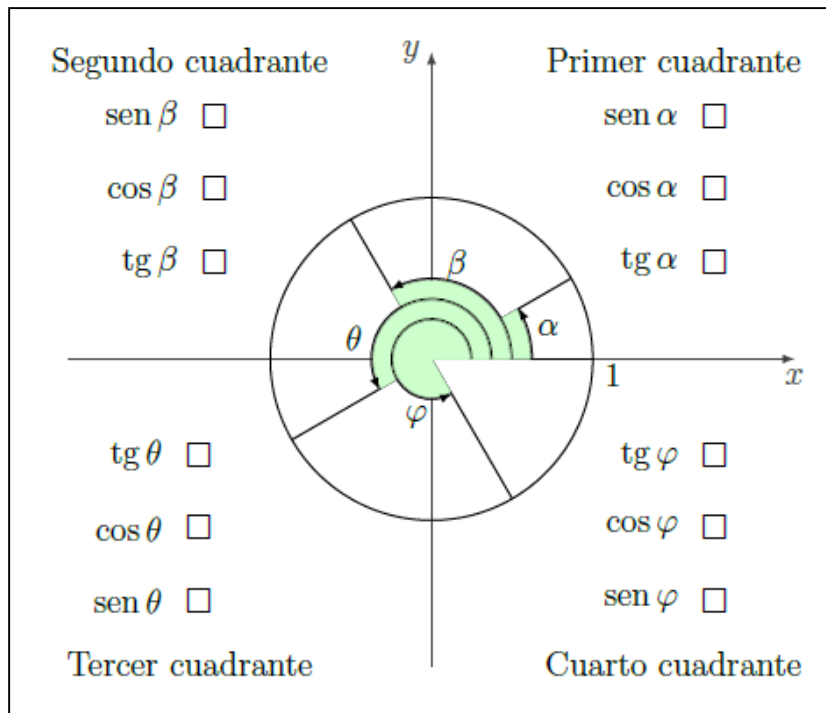
**Trabajo Práctico 8**

- c)  $3tg^2x - 1 = 0$
- d)  $3tgx + 3 = 0$
- e)  $\cos x = -2^{-1}$

8- Grafique las funciones  $f(x) = \cos x + 1$  y  $g(x) = 2\cos^2 x$ ; y complete la siguiente tabla:

	$f(x)$	$g(x)$
Dominio:		
Imagen:		
Ordenada al origen		
Intersecciones con el eje x en $[-\pi, \pi]$		

9- Indique los signos de las funciones trigonométricas en cada uno de los 4 cuadrantes sobre el siguiente diagrama:



10- Dada la función trigonométrica:

$$y = 5\cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$$

- a. Determine la amplitud, periodo y desplazamiento de fase de la función.
- b. Grafique un periodo completo.

### Trabajo Práctico 8

11- Verifique la siguiente identidad trigonométrica

$$\frac{\operatorname{sen}(2\theta)}{1 + \cos(2\theta)} = \tan\theta$$

12- Sabiendo que  $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0.5$ , encontrar el valor exacto de  $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$ . Con estos datos calcular en forma exacta los valores del seno, coseno y de la tangente de:

a-  $-\frac{7\pi}{6}$

b-  $\frac{13\pi}{6}$

13- Halla los dos valores exactos que se piden:

a)  $\cos\theta$  y  $\operatorname{tg}\theta$ , sabiendo que  $\operatorname{sen}\theta = \frac{1}{9}$  y  $\theta$  pertenece al segundo cuadrante.

b)  $\operatorname{sen}\beta$  y  $\cos\beta$ , sabiendo que  $\operatorname{tg}\beta = \sqrt{5}$  y  $\beta$  pertenece al tercer cuadrante.

14- Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a)  $\operatorname{sen}^2x - \operatorname{sen}x = 0$

b)  $4 + 6\cos^2x = 6\operatorname{sen}^2x + 5\cos x$

- I. Expresa el conjunto solución.
- II. Determine las soluciones en  $(0, \pi]$ .
- III. Determine las soluciones en  $(0, 2\pi]$ .