Trabajo Práctico 9

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias con valores iniciales

Introducción:
La solución de ecuaciones diferenciales es uno de los temas centrales del cálculo numérico. En este trabajo introductorio se utilizarán algunos de los métodos más comunes. Cabe resaltar que existe una gran cantidad de métodos numéricos para resolver estos problemas.

Objetivos del trabajo práctico:

1. Comprender la diferencia entre algoritmos explícitos e implícitos.
2. Analizar la convergencia de los métodos.
3. Desarrollar habilidades de programación.

Referencias:

- Capítulos 25 y 26 de Chapra S., Canale. R.,"Métodos Numéricos para Ingenieros", McGraw-Hill, 1999.
- Eaton J., Bateman D., Hauberg S., Wehbring R.,"GNU Octave – Free your numbers", 4 Ed, Free Software Foundation, 2016. https://www.gnu.org/software/octave/octave.pdf

Actividades:

Utilizando Octave escriba un algoritmo que encuentre la solución en cada ejercicio y produzca gráficas con los resultados. Demuestre la convergencia en cada caso para la discretización elegida como respuesta. Compare los resultados obtenidos mediante un gráfico de evolución temporal de la posición y un gráfico en el plano de fase (posición vs velocidad). Compare la solución con el método de Euler simple, un método Runge Kutta de orden 2 y uno de orden 4.

Ejercicio 1: Oscilaciones del péndulo simple
$\ddot{\theta}+9{,}81\cos\theta=0$
condiciones iniciales: $\theta(0)=0\,\mathrm{rad}, \dot{\theta}(0)=0\,\mathrm{rad/s}$
Tiempo final 80 segundos

Ejercicio 2: Oscilaciones de un sistema masa – resorte – amortiguador
$m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=0$
condiciones iniciales: $x(0)=1\,\mathrm{m}, \dot{x}(0)=0\,\mathrm{m/s}$
Tiempo final 100 segundos

considere los siguientes conjuntos de valores:
a) m=1 , k=1, c=0
b) m=1 , k=1, c=0.1
c) m=1 , k=1, c=1

Ejercicio 3: Circuito eléctrico RLC (resistencia, inductancia , condensador)
$\ddot{Q}(t)+20\dot{Q}(t)+125Q(t)=9\,\mathrm{sen}(5t)$
$Q(0)=0, \dot{Q}(0)=0$
Tiempo final 2 segundos

Ejercicio 4: Dinámica de poblaciones

En cierto ecosistema conviven una población de liebres y otra población de zorros cuyos tamaños en un instante t denotamos por x(t) e y(t). El modelo de Lotka-Volterra o presa-predador establece que las poblaciones se relacionas de la siguiente manera:

$$\dot{x}(t)=A\,x(t)-B\,x(t)\,y(t)$$
$$\dot{y}(t)=C\,x(t)\,y(t)-D\,y(t)$$

Considere un tiempo final de 5 y lo siguientes puntos de partida:
a) 3000 liebres y 120 zorros.
b) 5000 liebres y 100 zorros.

Ejercicio 5: resuelva el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales

$$\dot{x}=y^2-x^2$$
$$\dot{y}=2\,xy$$

considere como condiciones iniciales: x(0)=2, y(0)=0.1 y tiempo final 1.5

Ejercicio 6: resuelva el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales

$$\dot{x}=1-y$$
$$\dot{y}=x^2-y^2$$

considere como condiciones iniciales: x(0)=-1.2, y(0)=0.0 y tiempo final 5